ISSN 2189-7107
KURRI-EKR-2

第 4 回「炉物理専門研究会」

Proceedings of 4th Reactor Physics Workshop (RPW 2015)

平成 27 年 12 月 2 日、3 日　開催
(December 2 & 3, 2015)

編集：卞　哲浩
Edited by **:** Cheol Ho Pyeon

京 都 大 学 原 子 炉 実 験 所
Research Reactor Institute, Kyoto University

要　旨

本研究会は、京都大学臨界集合体実験装置（KUCA）で行われた共同利用研究者による実験および解析結果を内外に広く公表し、その成果を多くの研究者たちと議論することによって、KUCA の共同利用実験の発展に資することを目的としている。原子炉実験所では、KUCA（A 架台）と FFAG 加速器を組み合わせて加速器駆動システム（以下 ADS: Accelerator-Driven System）を構成し、核変換技術への適用性に関する基礎研究を行っている。特に、KUCA で行われている Pb-Bi に関連する ADS 実験は、日本原子力研究開発機構（JAEA）の J-PARC 施設のひとつとして建設が検討されている核変換実験施設 TEF（Transmutation Experimental Facility）を用いた ADS 研究に対して、炉物理研究および核データ研究の基盤基礎強化に大きく貢献することが期待されている。これらの実験結果が外部の研究者たちによって客観的に評価され、意見交換を積極的に行うことによって、ADS 研究のさらなる発展が研究会を通して行われている。

原子炉物理実験の解析を精度良く行うためには、計算科学および核データ分野との連携は極めて重要である。核計算および核データ関連の研究者たちによる広範な視点から、これまで得られた研究成果を活発に議論し、ADS 研究における計算科学および核データ分野の研究課題を互いに共有することが本研究会において可能になっている。原子炉物理の研究成果を国内で議論する機会が原子力学会および炉物理夏期セミナーなどに限られていることから、参加者の研究成果が第三者により評価される機会として、また、原子炉物理研究をさらに発展させる場としてこの研究会が大いに活用され、さらに、産学官の研究機関の若手研究者および学生たちのスキルアップの機会となれば幸いである。

最後に、本研究会の開催に向けてご尽力いただいた名古屋大学・山本章夫教授、大阪大学・北田孝典教授、北海道大学・千葉豪准教授、福井大学・Wilfred van Rooijen 准教授、名古屋大学・遠藤知弘助教、東北大学・相澤直人助教、JAEA・多田健一様および京都大学原子炉実験所・佐野忠史助教に心より感謝申し上げます。

卞　哲浩

2015 年 12 月

Preface

The objective of this workshop is to open all the results of experiments carried out at the Kyoto University Critical Assembly (KUCA) and develop all future activities of joint use at KUCA through the discussion about the experimental topics together with all researchers and engineers. In the Kyoto University Research Reactor Institute (KURRI), the accelerator-driven system (ADS) is composed of the KUCA core and the fixed-field alternating gradient (FFAG) accelerator, and the research and development of ADS are being conducted to examine the feasibility of the application of ADS to the nuclear transmutation techniques.

It is very important to share the experimental field with the mathematical and computational (M&C), and nuclear data fields in terms of the analyses of reactor physics experiments. From this context, another purpose of this workshop is to share the results of experimental data with the researchers in the M&C and nuclear data fields through the discussion with them.

Further, it is expected that this workshop could be contributed to the human resource training for young researchers and students in domestic, through their research presentations.

Finally, we would like to give special thanks for their support and patience, by Prof. Akio Yamamoto of Nagoya University, Prof. Takanori Kitada of Osaka University, Prof. Go Chiba of Hokkaido University, Prof. Wilfred van Rooijen of Fukui University, Prof. Tomohiro Endo of Nagoya University, Prof. Naoto Aizawa of Tohoku University, Dr. Kenichi Tada of JAEA, and Prof. Tadafumi Sano of KURRI, to hold this workshop.

Cheol Ho Pyeon

December 2015

Keywords:
Reactor physics, KUCA, M&C, Nuclear data, ADS

目　次

Contents

第 4 回「炉物理専門研究会」

－プログラム－

日時：2015 年 12 月 2 日（水）および 3 日（木）
場所：京都大学原子炉実験所　事務棟大会議室

2015 年 12 月 2 日（水）

12:30	受付
13:00 - 13:05	開会の挨拶　（以下敬称略、山本章夫・名大）

Session I: Special session（佐野忠史・京大炉）

13:10 - 14:10	千葉　豪（北大） 「共鳴自己遮蔽効果の基礎と応用」
14:10 - 15:10	山路和也（三菱重工） 「三菱 PWR 新核設計コードシステム GalaxyCosmo-S の開発 －格子計算コード GALAXY－」
15:10 - 15:30	Coffee break

Session II：核データおよび不確かさ解析（千葉　豪・北大）

15:30 - 16:00	木下国治（名大大学院） 「データ同化を用いた計算手法起因の不確かさ評価」
16:00 - 16:30	藤本敦士（京大大学院） 「KUCAにおけるビスマスを用いた置換反応度の数値実験」
16:30 - 17:00	松浦健太（北大大学院） 「詳細 FP モデルによる未臨界体系パルス中性子照射解析」
17:00 - 17:30	多田健一（JAEA） 「国産核データ処理システム FRENDY の概要と各国の核データ処理システム開発の現状」
17:45 - 20:00	懇親会

2015年12月3日（木）

Session III：核計算（多田健一・JAEA）

9:30 - 10:00　伊藤耕史（阪大大学院）
「散乱先を考慮した縮約方法の検討」

10:00 - 10:30　木村　礼（東芝）
「軽水炉における放射性毒性最小化の検討
MA入りMOX燃料における放射性毒性低減特性」

10:30 - 11:00　山名哲平（GNF-J）
「ABWR全炉心MCNP計算の収束過程における高次モードの挙動観察」

11:00 - 11:30　鈴木　求、名内泰志（電中研）
「連続エネルギーモンテカルロ法を用いた軽水炉全炉心解析の取り組み」

11:30 - 13:00　昼休み

Session IV：炉物理一般（全般）（遠藤知弘・名大）

13:00 - 13:30　井澤一彦（JAEA）
「臨界実験装置STACYの基本炉心の実験精度検討」

13:30 - 14:00　坂本浩紀（トランスニュークリア）
「核分裂連鎖反応を記述する中性子線形拡散方程式の数学的考察」

14:00 - 14:30　山口裕輝（東北大大学院）
「核変換物理実験施設（TEF-P）を用いた加速器駆動システムのためのビーム変動実験の検討」

14:30 - 15:00　土淵　昇（阪大大学院）
「ドップラー反応度と半値幅の関係に関する検討」

15:00 - 15:05　閉会の挨拶（卞　哲浩・京大炉）

共鳴自己遮蔽効果の基礎と応用

空　白

（縦横 30㎜ のスペースを必ず空ける）

Fundamentals and applications of resonance self-shielding effect

北大　千葉　豪

Go CHIBA

原子炉物理学分野において重要である共鳴自己遮蔽効果について、その基礎事項を解説するとともに、その応用例として、中性子の深層透過問題と軽水炉燃料ピンセルにおける実効全断面積の計算方法について紹介する。

キーワード：**共鳴自己遮蔽効果、実効断面積、等価原理、有理近似、中性子輸送方程式**

１．基礎　中性子と原子核の反応断面積は中性子エネルギーに依存する物理量であるが、決定論的手法に基づく数値計算では、エネルギーを複数のグリッド（エネルギー群）に区切り、各々のエネルギー群で断面積が一定の値をとるものとして扱う。このような断面積を実効断面積と呼ぶ。一般的に、各群の実効断面積は群内のエネルギー依存の断面積を中性子束エネルギースペクトル重みで平均化したものとして定義される。従って、実効断面積を計算するためには予め中性子束エネルギースペクトルが必要となるが、これを種々の近似により簡易的に表現することが試みられ、現在、実効断面積は極めて高い精度で計算可能となっている。今回の発表では、減速材中に置かれた燃料ピンにおける中性子束エネルギースペクトルの計算に関して、弦法に基づいた等価原理の解説を行う。

２．応用例１：深層等価問題　燃料領域の外側に中性子反射体が配置された１次元平板炉心を考えよう。この炉心では、燃料領域で発生した中性子が反射体中を通過し、散乱・捕獲反応により減衰していく。反射体領域において、幾つかの中性子は散乱によって燃料領域に戻るものもあることから、反射体領域における実効断面積の計算精度は原子炉の臨界性に大きく影響する場合がある。燃料と反射体の境界位置を$x=0$、反射体領域を$x>0$とした場合、位置xにおける中性子束$\phi(x,E)$は、幾つかの近似を導入することにより以下の式で記述される。

$$\phi(x,E) \propto \exp(-\Sigma_t(E)x) - \Sigma_t(E)xE_3(\Sigma_t(E)x)$$

ここで、$E_3(x)$は３次の指数積分である。反射体領域中の実効断面積を簡易的に求めるために、この式を以下の有理式で近似する。

$$\phi(x,E) \approx 1/(1+2\Sigma_t(E)x)$$

これにより、反射体領域について、位置依存の実効断面積を極めて簡易的に評価することが可能となる。

３．応用例２：燃料ピンセルにおける実効全断面積　全反応実効断面積について考えよう。全断面積は中性子輸送方程式において角度中性子束に乗ぜられることから、厳密には、全断面積は角度中性子束エネルギースペクトルを重みとして平均化されるべきと言え、その結果、実効全断面積は角度依存となる。以下に、衝突項、核分裂項を無視し、かつ散乱項を簡易的に取り扱った一次元中性子輸送方程式を示す。左辺の全断面積には角度中性子束、右辺の散乱断面積にはスカラー中性子束が乗ぜられていることが分かる。

$$\Sigma_{t,g}(x)\psi_g(x,\mu) = 1/2 \cdot \Sigma_{s,g}(x)\phi_{g,0}(x)$$

一般的に、全断面積はスカラー中性子束エネルギースペクトルを重みとして計算するため、上記の角度依存性を無視することによる誤差はSPH因子法により補正する等の方法が提案されている。この全実効断面積の角度依存性については、角度中性子束をルジャンドル展開することにより、中性子束のルジャンドル係数に依存した全実効断面積を用いることで考慮する方法がある。今回、707群の計算から107群に縮約する軽水炉ピンセル体系に対する問題を考え、ルジャンドル係数に依存した全実効断面積、すなわち、中性子カレントを重みとした全実効断面積を用いる方法を種々の組成・ピンピッチに対して適用したところ、無限増倍率において良好な再現性が見られた。核特性への影響が大きいと考えられるU-238のカレント重み全断面積と中性子束重み全断面積の比について種々の組成・ピンピッチについて観察し、カレント重み全断面積のテーブル化の可能性を探った結果を紹介する。

RoKo
北海道大学原子炉工学研究室

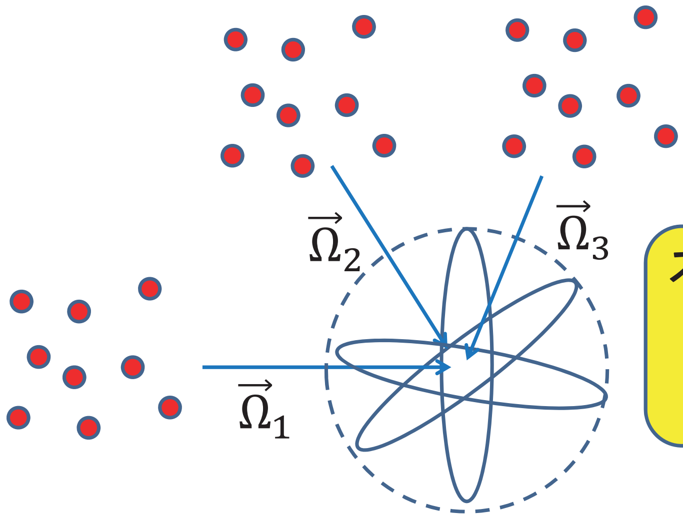
共鳴自己遮蔽効果の基礎

北大　　千葉　豪

「中性子束」と「中性子源」

それぞれの単位を示して下さい。

(スカラー)中性子束



スカラー中性子束:

$$\phi(\vec{r},E)=\int_{4\pi}\psi(\vec{r},E,\vec{\Omega})d\vec{\Omega}$$

「さまざまな方向からの中性子の流れに対して単位大きさの面積を持つ「微小球」を単位時間に通過する中性子数」と考えるとイメージしやすいでしょう(巽雅洋氏のイメージに基づく)。

「中性子束」と「中性子源」

中性子源と単位が同一な物理量といえば?

いろいろな中性子源

エネルギーEの核分裂中性子源:

$$S_f(E) = \chi(E)\int \nu\Sigma_f(E')\phi(E')dE'$$

エネルギーEの散乱中性子源:

$$S_s(E) = \int \Sigma_s(E' \to E)\phi(E')dE'$$

外部源の無い無限均質媒質における中性子バランス

全反応率と生成率が釣り合っている状態:

$$\Sigma_t(E)\phi(E) = S_f(E) + S_s(E)$$

共鳴エネルギー領域では核分裂源は無視できるので、

$$\Sigma_t(E)\phi(E) = S_s(E)$$

散乱が無視できる無限均質媒質におけるバランス式

（**連続エネルギー**）:

$$\Sigma_a(E)\phi(E) = \frac{\chi(E)}{k}\int \nu\Sigma_f(E')\phi(E')dE'$$

（**多群**）:

$$\Sigma_{a,g}\phi_g = \frac{\chi_g}{k'}\sum_{g'}\nu\Sigma_{f,g'}\phi_{g'}$$

中性子増倍率kとk'が一致するためには、多群断面積はどのように定義すればよいか？

実効断面積

$$\Sigma_a(E)\phi(E) = \frac{\chi(E)}{k}\int \nu\Sigma_f(E')\phi(E')dE'$$

$$\Sigma_{a,g}\phi_g = \frac{\chi_g}{k'}\sum_{g'}\nu\Sigma_{f,g'}\phi_{g'}$$

中性子増倍率kとk'が一致するためには、多群断面積はどのように定義すればよいか？

多群の中性子束と核分裂スペクトルは以下で定義:

$$\phi_g = \int_{E\in g}\phi(E)dE \qquad \chi_g = \int_{E\in g}\chi(E)dE$$

実効断面積

$$\Sigma_a(E)\phi(E) = \frac{\chi(E)}{k}\int \nu\Sigma_f(E')\phi(E')dE'$$

$$\Sigma_{a,g}\phi_g = \frac{\chi_g}{k'}\sum_{g'}\nu\Sigma_{f,g'}\phi_{g'}$$

中性子増倍率kとk'が一致するためには、多群断面積はどのように定義すればよいか？

$$\int_{E\in g}\Sigma_a(E)\phi(E)dE = \Sigma_{a,g}\phi_g,$$
$$\int_{E\in g}\nu\Sigma_f(E)\phi(E)dE = \nu\Sigma_{f,g}\phi_g$$

「反応率」の保存

実効断面積

$$\Sigma_a(E)\phi(E) = \frac{\chi(E)}{k}\int \nu\Sigma_f(E')\phi(E')dE'$$

$$\Sigma_{a,g}\phi_g = \frac{\chi_g}{k'}\sum_{g'}\nu\Sigma_{f,g'}\phi_{g'}$$

中性子増倍率kとk'が一致するためには、多群断面積はどのように定義すればよいか？

$$\Sigma_{a,g} = \frac{\int_{E\in g}\Sigma_a(E)\phi(E)dE}{\phi_g} = \frac{\int_{E\in g}\Sigma_a(E)\phi(E)dE}{\int_{E\in g}\phi(E)dE}$$

「中性子束荷重平均断面積」

実効微視的断面積

共鳴構造を有する核種iのg群実効断面積：

$$\sigma_{i,g} = \frac{\displaystyle\int_{E \in g} \sigma_i(E)\phi(E)dE}{\displaystyle\int_{E \in g} \phi(E)dE}$$

実効断面積を「正しく」定義するためには、中性子束エネルギースペクトルが必要だが、その厳密値を求めることは計算コストが極めて大きい。

→ 簡易的に中性子束エネルギースペクトルを計算できれば便利である。

無限均質媒質での中性子束エネルギースペクトル

無限均質媒質でのバランス式：

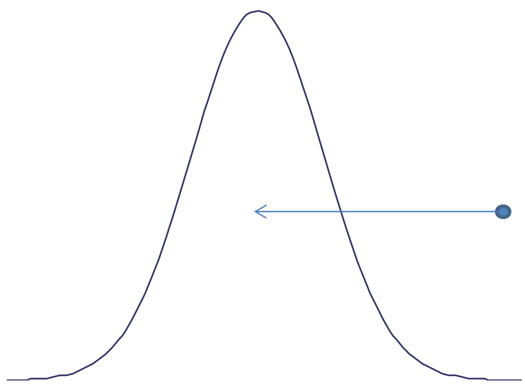
$$\Sigma_t(E)\phi(E) = S_s(E)$$

散乱中性子が共鳴の外から入ってくるとするならば、右辺は着目している共鳴とは無関係の式で記述される：

$$\Sigma_t(E)\phi(E) = \underline{W(E)}$$

$$\Downarrow$$

$$\phi(E) = \frac{W(E)}{\Sigma_t(E)}$$



無限均質媒質での中性子束エネルギースペクトル

無限均質媒質での中性子束エネルギースペクトル:

$$\phi(E) = \frac{W(E)}{\Sigma_t(E)} = \frac{W(E)}{N_i\sigma_{t,i}(E) + \underline{\sum_{j\neq i} N_j \sigma_{t,j,g}}}$$

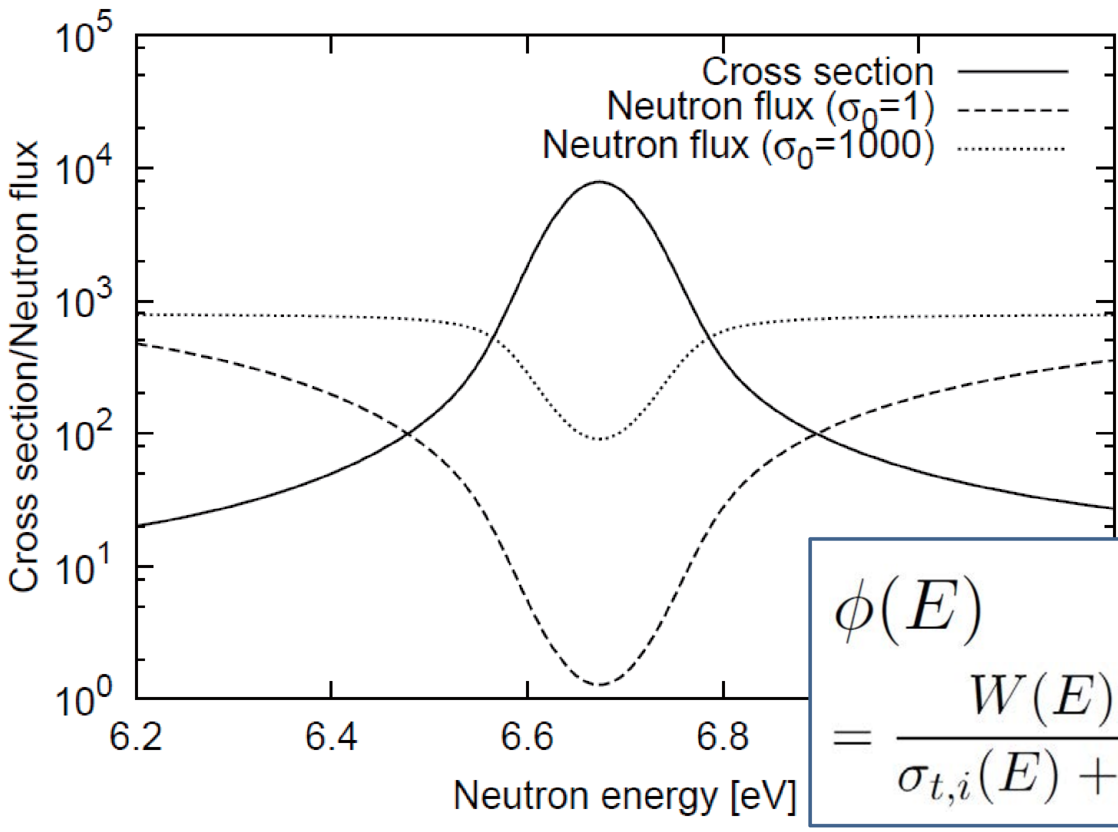
核種i 以外は非共鳴核種なのでエネルギー依存性は無し

$$\propto \frac{W(E)}{\sigma_{t,i}(E) + \left(\sum_{j\neq i} N_j \sigma_{t,j,g}\right)/N_i}$$

$$= \frac{W(E)}{\sigma_{t,i}(E) + \sigma_0}$$

中性子束のエネルギー依存性は背景断面積σ_0に依存する。

ウラン238の全断面積と中性子束エネルギースペクトル

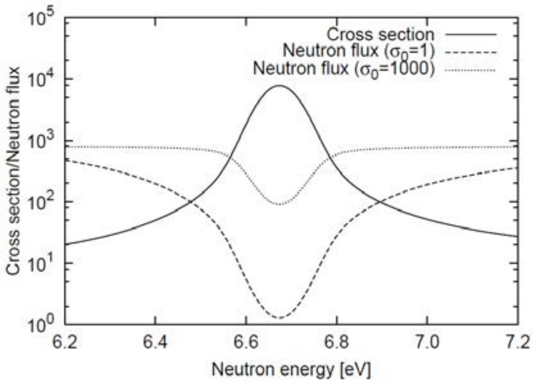


$$\phi(E) = \frac{W(E)}{\sigma_{t,i}(E) + \sigma_0}$$

実効断面積

共鳴構造を有する核種iのg群実効断面積：

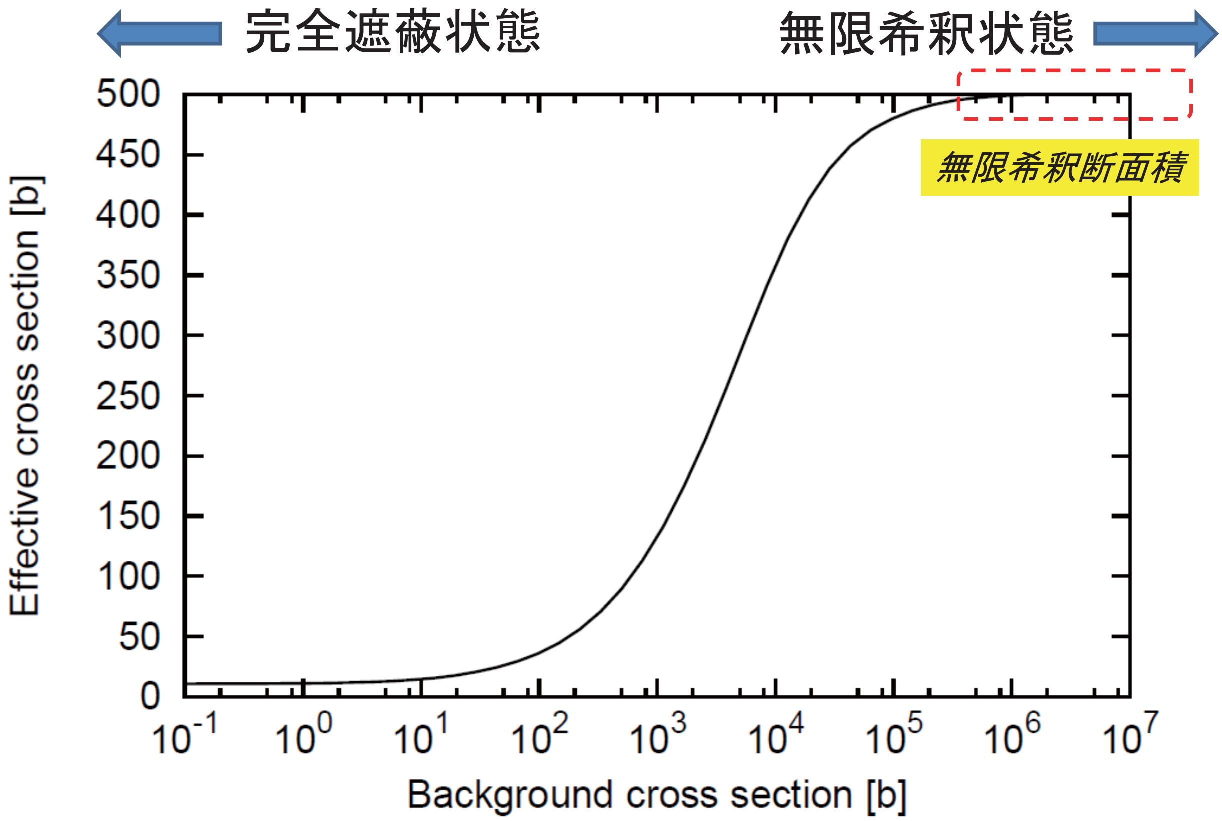
$$\sigma_{i,g} = \frac{\displaystyle\int_{E\in g} \frac{\sigma_i(E)W(E)}{\sigma_{t,i}(E)+\sigma_0}dE}{\displaystyle\int_{E\in g} \frac{W(E)}{\sigma_{t,i}(E)+\sigma_0}dE}$$



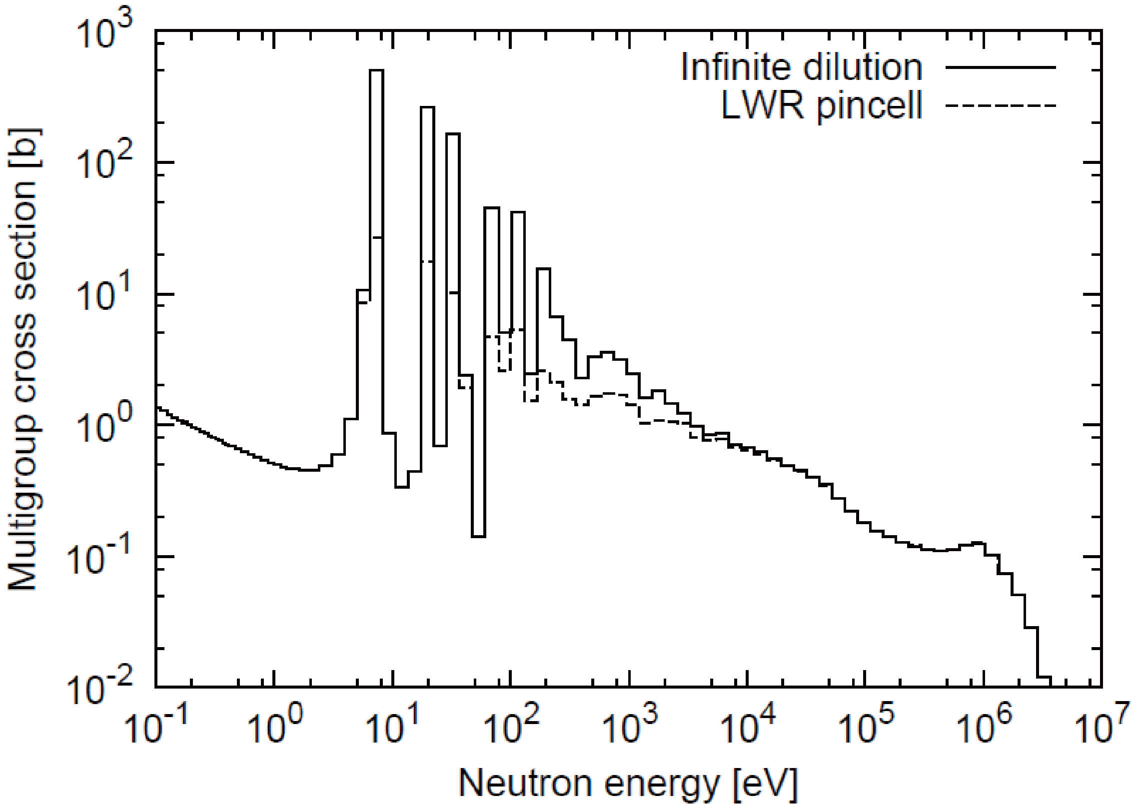
・σ_0が大→中性子束の歪みが小→断面積が大きいエネルギーの重みが大→実効断面積が○○○

・σ_0が小→中性子束の歪みが大→断面積が大きいエネルギーの重みが小→実効断面積が○○○

とあるエネルギー群のU-238実効捕獲断面積の例



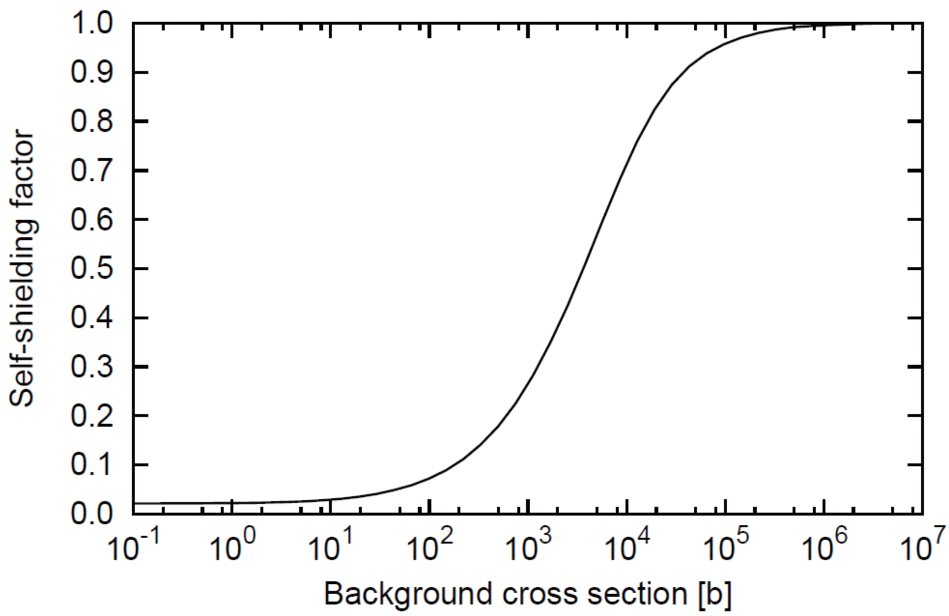
U-238実効捕獲断面積の例



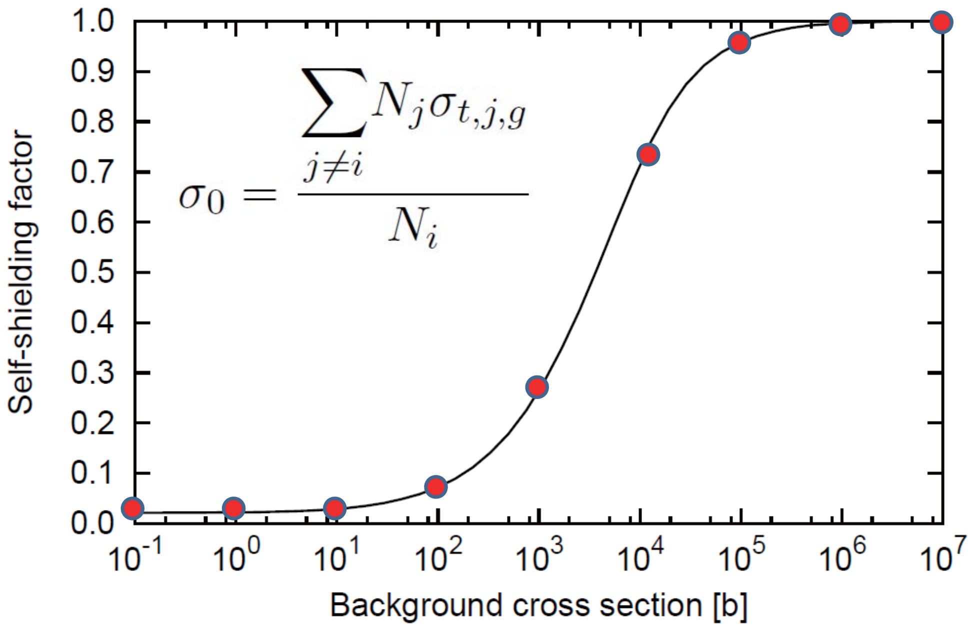
とあるエネルギー群のU-238実効捕獲断面積の例

実効断面積を自己遮蔽因子と無限希釈断面積の積で表す。

$$\sigma_g(\sigma_0) = f(\sigma_0)\sigma_g(\infty)$$

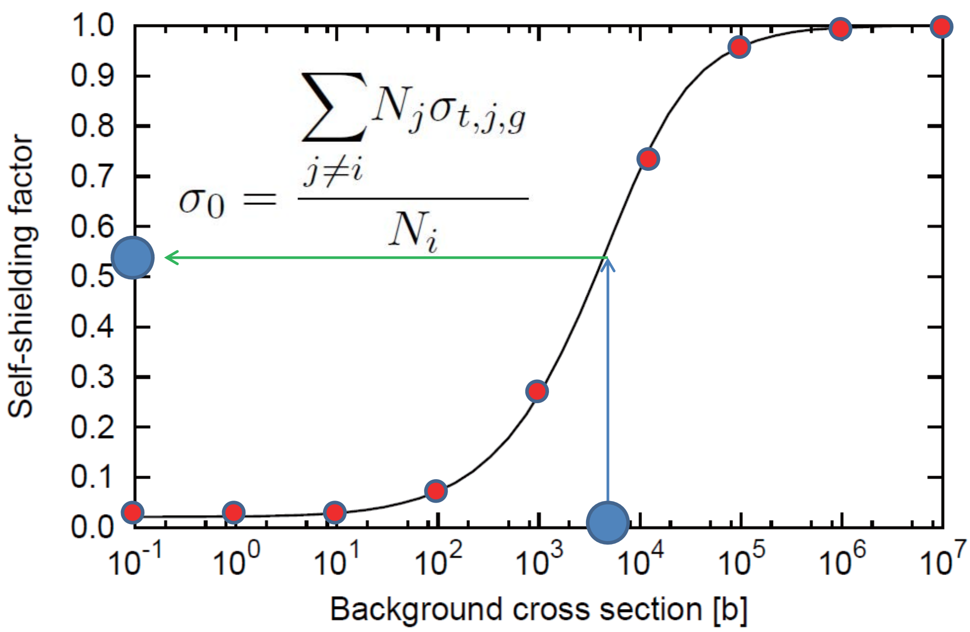


実効断面積の計算



自己遮蔽因子を予めいくつかの背景断面積に対して計算しておき(f-table)、体系の背景断面積の数値から任意の体系での実効断面積を計算する。

実効断面積の計算



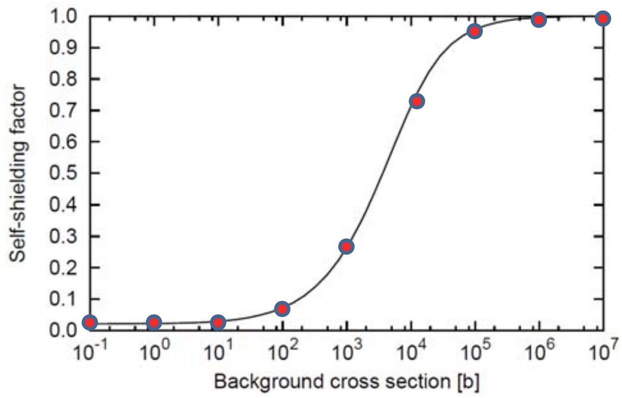
自己遮蔽因子を予めいくつかの背景断面積に対して計算しておき(f-table)、体系の背景断面積の数値から任意の体系での実効断面積を計算する。

非均質体系における背景断面積

・これまでは空間的な構造を有さない媒質で考えてきたが、本来は燃料と減速材がそれぞれ異なる媒質として配置される。

・このような「非均質体系」でも、無限均質媒質向けに準備されたf-tableを利用したい。

・そのためには、均質体系の背景断面積と<u>等価となる</u>非均質体系の背景断面積を評価する必要がある。



非均質体系におけるバランス式

$$\Sigma_{t,f}(E)V_f\phi_f(E) = S_f(E)V_fP_{f\to f}(E) + S_m(E)V_mP_{m\to f}(E)$$

相反定理：

$$\Sigma_{t,f}(E)V_fP_{f\to m}(E) = \Sigma_{t,m}V_mP_{m\to f}(E)$$

衝突確率の表示に「脱出断面積」Σ_eを使用
（エネルギー依存性を無視するのであくまで近似）：

$$P_{f\to f}(E) = \frac{\Sigma_{t,f}(E)}{\Sigma_{t,f}(E)+\Sigma_e}$$

$$P_{f\to m}(E) = \frac{\Sigma_e}{\Sigma_{t,f}(E)+\Sigma_e}$$

非均質体系におけるバランス式

燃料領域における中性子束エネルギースペクトル:

$$\phi_f(E) = \frac{S_f(E) + S_m(E)\Sigma_e/\Sigma_{t,m}}{\Sigma_{t,f}(E) + \Sigma_e}$$

分子の中性子源の項を$W(E)$と記述する:

$$\phi_f(E) = \frac{W(E)}{\Sigma_{t,f}(E) + \Sigma_e}$$

- 無限均質体系と同じ形の式になった。
- 脱出断面積が背景断面積に加わる。
- 脱出断面積Σ_eはどう求める?

脱出確率と弦法

脱出確率と脱出断面積(近似式):

$$P_{f\to m}(E) = \frac{\Sigma_e}{\Sigma_{t,f}(E) + \Sigma_e}$$

脱出確率の厳密式:

$$P_{f\to m}(E) = \frac{1}{4\pi V_f \Sigma_{t,f}(E)} \int_{0<\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\Omega}} d\Omega \int dS\,(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\Omega})\left(1 - e^{-\Sigma_{t,f}(E)l}\right)$$

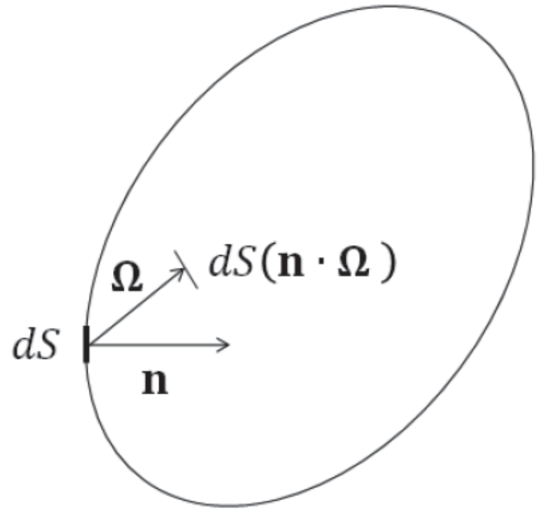
厳密式に対して何らかの近似を導入し、上の近似式を得ることを目標とする　→　<u>**弦法の導入**</u>

弦分布関数

弦:領域をある直線が横切るときにこの領域の表面で切り取られる内部の線分

弦分布関数:外に凸の領域の弦長がlと$l+dl$の間にある確率が$f(l)dl$であるような確率密度関数

$$f(l)dl = \frac{\int_l d\Omega \int_S dS\,(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\Omega})}{\int_{0<(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\Omega})} d\Omega \int_S dS\,(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\Omega})}$$



脱出確率と弦法

弦分布関数を用いた脱出確率の表示式:

$$P_{f\to m}(E) = \frac{1}{\Sigma_{t,f}(E)\bar{l}} \int_0^{l_{max}} \left(1 - e^{-\Sigma_{t,f}(E)l}\right) f(l)dl$$

平均弦長

脱出確率と弦法

弦分布関数を用いた脱出確率の表示式:

$$P_{f\to m}(E) = \frac{1}{\Sigma_{t,f}(E)\bar{l}} \int_0^{l_{max}} \left(1 - e^{-\Sigma_{t,f}(E)l}\right) f(l)dl$$

弦分布関数を以下の式で近似:

$$f(l)dl = \frac{1}{\bar{l}} e^{-\frac{l}{\bar{l}}} dl$$

脱出確率と弦法

弦分布関数を用いた脱出確率の表示式:

$$P_{f\to m}(E) = \frac{1}{\Sigma_{t,f}(E)\bar{l}} \int_0^{l_{max}} \left(1 - e^{-\Sigma_{t,f}(E)l}\right) f(l)dl$$

弦分布関数を以下の式で近似:

$$f(l)dl = \frac{1}{\bar{l}} e^{-\frac{l}{\bar{l}}} dl$$

脱出確率:

脱出断面積に相当

$$P_{f\to m}(E) = \frac{1}{1 + \Sigma_{t,f}(E)\bar{l}} = \frac{\boxed{1/\bar{l}}}{\Sigma_{t,f}(E) + 1/\bar{l}}$$

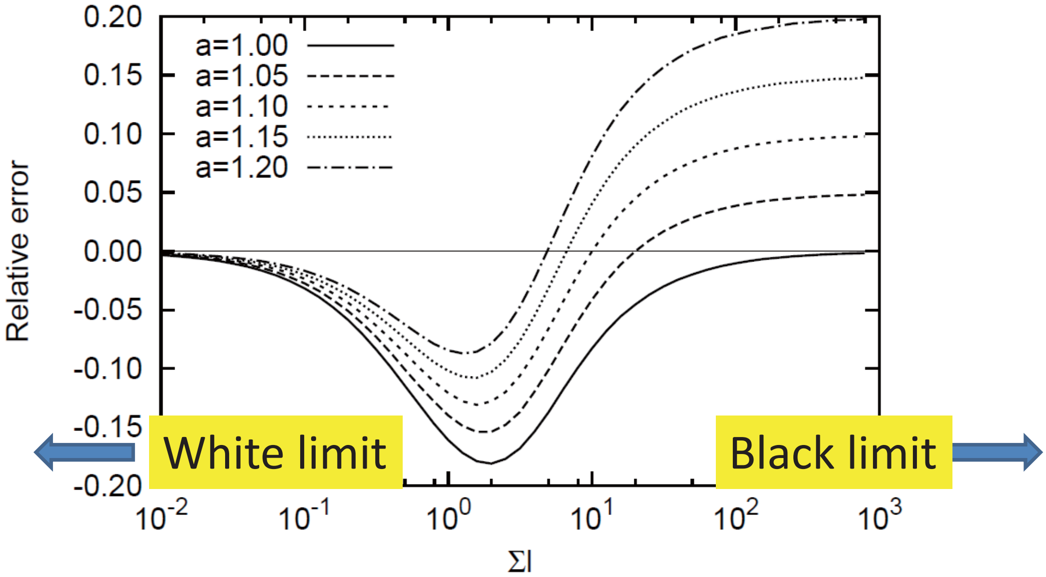
脱出確率の精度の向上

脱出確率の式を変形：

$$P_{f\to m}(E) = \frac{a/\bar{l}}{\Sigma_{t,f}(E) + a/\bar{l}}$$

ベル因子

脱出確率の近似精度



RoKo

北海道大学原子炉工学研究室

反射体領域における
空間依存実効断面積の簡易計算手法

北大　千葉　豪

背景

・群断面積（実効断面積）は、反応率保存の観点から中性子束荷重平均の断面積として定義される。

・詳細群計算で得た中性子束を用いて計算した少数群断面積による少数群計算は、詳細群計算結果を保存しない。

・少数群反応率が詳細群反応率を再現するようにSPH因子法を適用するなど、対処が行われている。

実効全断面積

衝突項、核分裂項を無視し、散乱を近似的に取り扱った1次元中性子輸送方程式：

$$\Sigma_{t,g}(x)\psi_g(x,\mu) = \frac{1}{2}\underline{\Sigma_{s,g}(x)}\phi_{g,0}(x)$$

角度に依存しない量が乗ぜられているため、実効断面積は角度依存とならない（中性子束荷重平均断面積）。

実効全断面積

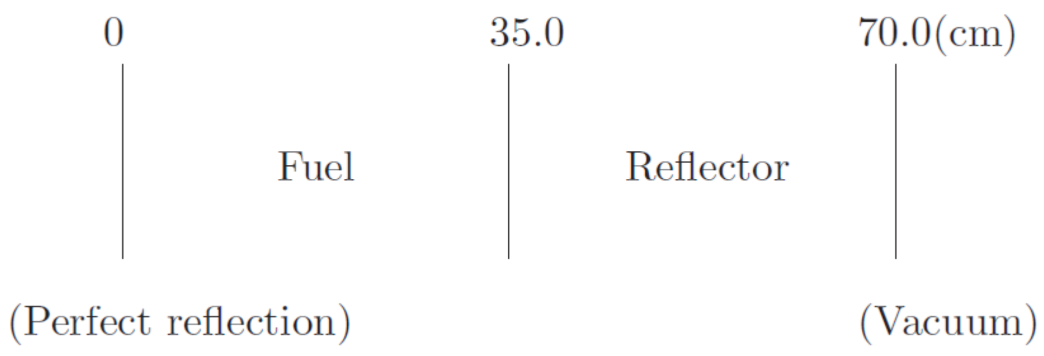
衝突項、核分裂項を無視し、散乱を近似的に取り扱った1次元中性子輸送方程式：

$$\Sigma_{t,g}(x)\psi_g(x,\mu) = \frac{1}{2}\Sigma_{s,g}(x)\phi_{g,0}(x)$$

角度に依存する量が乗ぜられているため、実効断面積は角度依存となる。

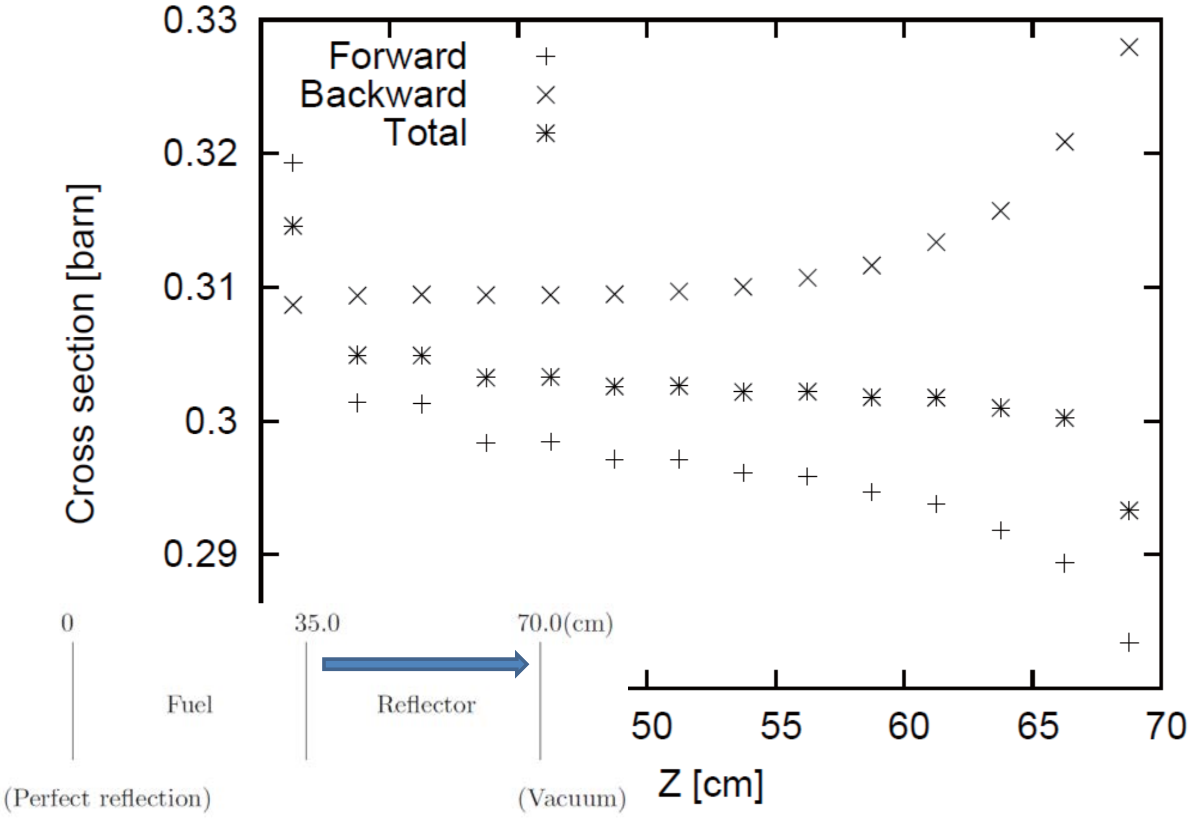
角度依存実効全断面積の例

仮想一次元平板高速炉心



・900群の中性子輸送計算結果を参照解とする。
・900群の計算結果より、70群の角度依存全断面積が計算される。
・70群の中性子輸送計算を行い、参照解の再現誤差を見る。

方向依存実効全断面積の例(150-183keV)



角度依存実効全断面積の例

表 4.4.2 実効増倍率の計算結果 (参照解 1.00079)

	70-group	18-group
Direction-Depend.(Div.=1)	1.00456 (+0.00377*)	1.00647 (+0.00568)
Direction-Depend.(Div.=2)	1.00175 (+0.00096)	1.00217 (+0.00138)
Direction-Depend.(Div.=4)	1.00054 (-0.00025)	1.00035 (-0.00044)

千葉豪、「高速炉核特性解析におけるエネルギー、角度、空間に関する離散化手法の高度化」、北海道大学博士論文(2008). →残部があるので希望される方には発送します。

ルジャンドル係数依存の実効全断面積

1次元中性子輸送方程式(の近似式):

$$\Sigma_{t,g}(x)\psi_g(x,\mu) = \frac{1}{2}\Sigma_{s,g}(x)\phi_{g,0}(x)$$

左辺の角度中性子束$\psi_g(x,\mu)$をルジャンドル展開:

$$\sum_l \frac{2l+1}{2} P_l(\mu)\Sigma_{t,g}(x)\phi_{g,l}(x) = \frac{1}{2}\Sigma_{s,g}(x)\phi_{g,0}(x)$$

1群への縮約を考えるため、全群で和をとる。

$$\sum_l \frac{2l+1}{2} P_l(\mu)\left(\sum_g \Sigma_{t,g}(x)\phi_{g,l}(x)\right) = \frac{1}{2}\left(\sum_g \Sigma_{s,g}(x)\phi_{g,0}(x)\right)$$

ルジャンドル係数依存の実効全断面積

1群への縮約を考えるため、全群で和をとる。

$$\sum_l \frac{2l+1}{2} P_l(\mu)\left(\sum_g \Sigma_{t,g}(x)\phi_{g,l}(x)\right) = \frac{1}{2}\left(\sum_g \Sigma_{s,g}(x)\phi_{g,0}(x)\right)$$

1群の輸送方程式が定義される:

$$\sum_l \frac{2l+1}{2} P_l(\mu)\underline{\tilde{\Sigma}_{t,l}(x)}\tilde{\phi}_l(x) = \frac{1}{2}\underline{\tilde{\Sigma}_s(x)}\tilde{\phi}_0(x)$$

ルジャンドル
係数依存の
実効断面積

通常の
実効断面積

全断面積がルジャンドル係数に依存するため、SN法等の輸送計算コードでは扱えない(PN法コードではおそらく容易に可能)

ルジャンドル係数依存の実効全断面積

1群の輸送方程式:

$$\sum_l \frac{2l+1}{2} P_l(\mu)\tilde{\Sigma}_{t,l}(x)\tilde{\phi}_l(x) = \frac{1}{2}\tilde{\Sigma}_s(x)\tilde{\phi}_0(x)$$

左辺に項を追加:

$$\sum_l \frac{2l+1}{2} P_l(\mu)\left(\underline{\tilde{\Sigma}_{t,L}(x) - \tilde{\Sigma}_{t,L}(x)} + \tilde{\Sigma}_{t,l}(x)\right)\tilde{\phi}_l(x) = \frac{1}{2}\tilde{\Sigma}_s(x)\tilde{\phi}_0(x)$$

左辺を変形:

$$\sum_l \frac{2l+1}{2} P_l(\mu)\tilde{\Sigma}_{t,L}(x)\tilde{\phi}_l(x) - \sum_l \frac{2l+1}{2} P_l(\mu)\left(\tilde{\Sigma}_{t,L}(x) - \tilde{\Sigma}_{t,l}(x)\right)\tilde{\phi}_l(x)$$

$$= \tilde{\Sigma}_{t,L}(x)\tilde{\psi}(x,\mu) - \sum_l \frac{2l+1}{2} P_l(\mu)\left(\tilde{\Sigma}_{t,L}(x) - \tilde{\Sigma}_{t,l}(x)\right)\tilde{\phi}_l(x)$$

ルジャンドル係数依存の実効全断面積

$$\tilde{\Sigma}_{t,L}(x)\tilde{\psi}(x,\mu) - \underline{\sum_l \frac{2l+1}{2} P_l(\mu)\left(\tilde{\Sigma}_{t,L}(x) - \tilde{\Sigma}_{t,l}(x)\right)\tilde{\phi}_l(x)}$$

この項について$l > 1$が落とせるとするならば、$L = 1$とするのが都合が良い。

1群の輸送方程式の最終的な形:

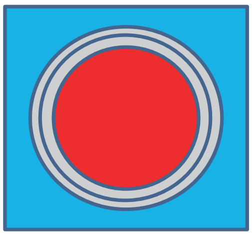
$$\underline{\tilde{\Sigma}_{t,1}(x)}\tilde{\psi}(x,\mu) = \frac{1}{2}\left(\underline{\tilde{\Sigma}_s(x) + \tilde{\Sigma}_{t,1}(x) - \tilde{\Sigma}_{t,0}(x)}\right)\tilde{\phi}_0(x)$$

1次ルジャンドル係数(中性子カレント)荷重平均の実効断面積

(自群)散乱断面積への補正

このあたりについては、G.I.Bell, et al., "Multitable treatments of anisotropic scattering in Sn multigroup transport calculations," Nucl. Sci. Eng., 28, p.376 (1967).が代表的な論文と言える。

テスト計算

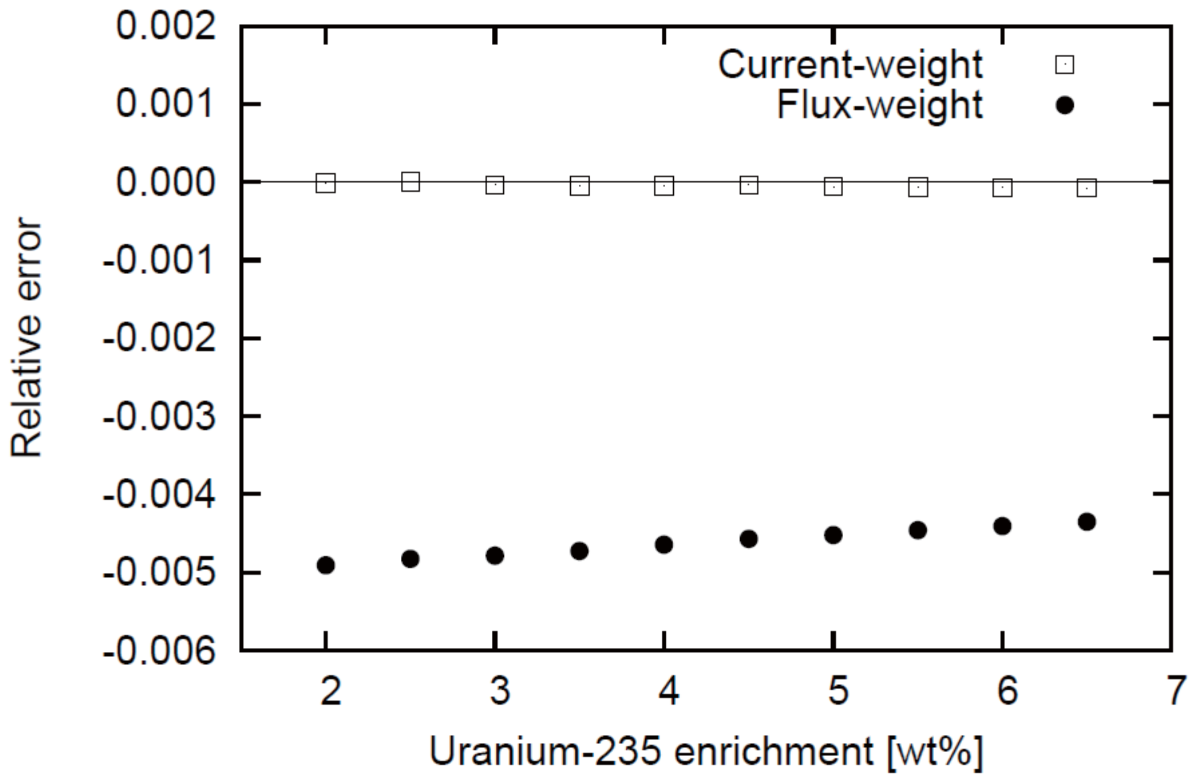


707群
実効断面積
↓
707群
固有値計算

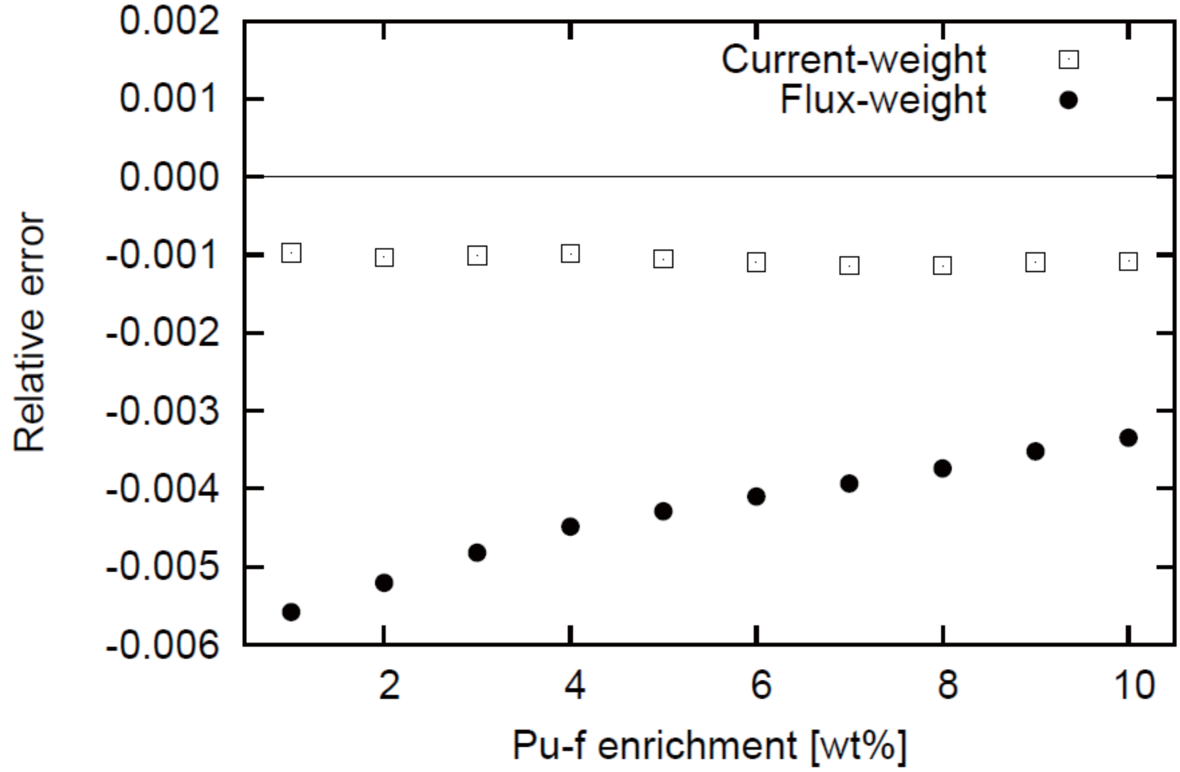
断面積縮約
(107群へ)
↓
107群
固有値計算

- 軽水炉ピンセル体系の無限増倍率に着目
- 参照計算は707群計算（1eV～1keVを詳細化）
- 107群に縮約した少数群計算の再現精度を見る。
- 中性子束荷重（Flux-weighted、従来法）とカレント荷重（Current-weighted）の比較を行う。

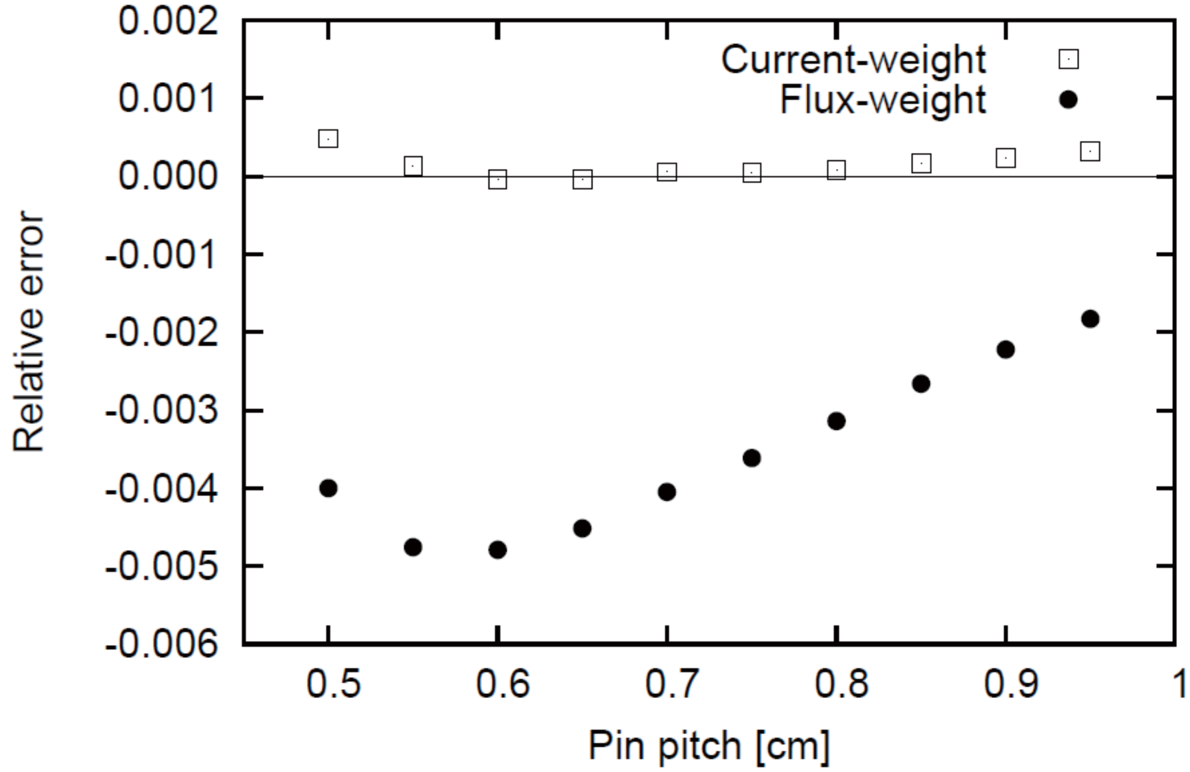
無限増倍率の再現精度：UO2



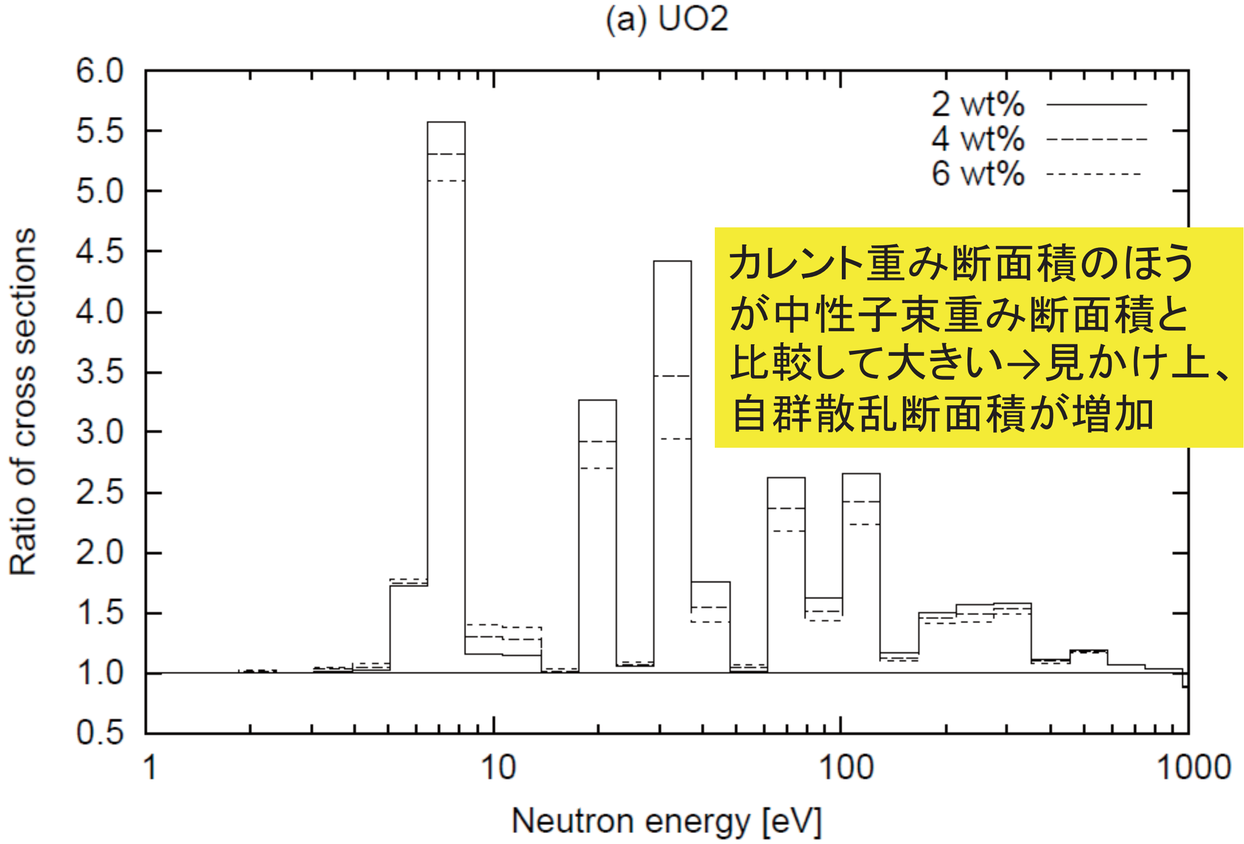
無限増倍率の再現精度:MOX



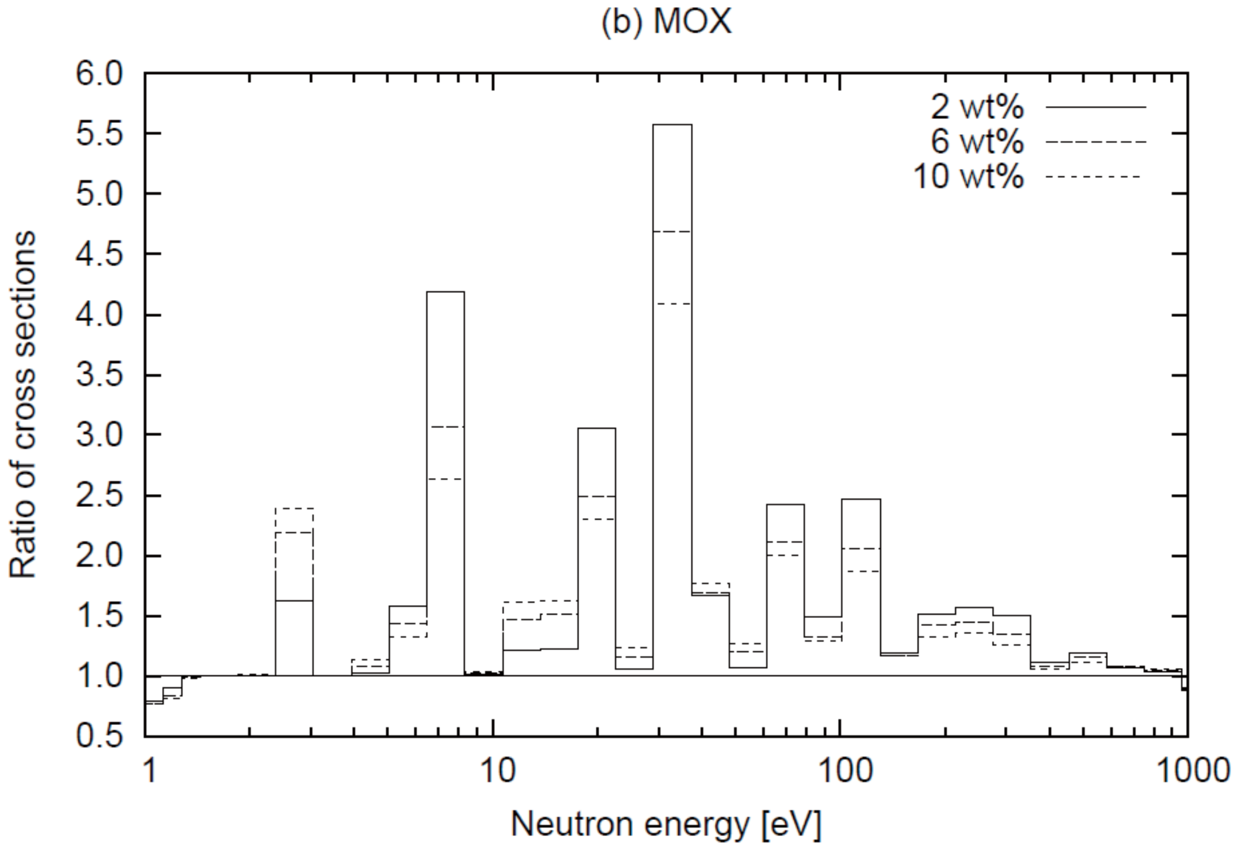
無限増倍率の再現精度:UO2, 4.1wt%濃縮度



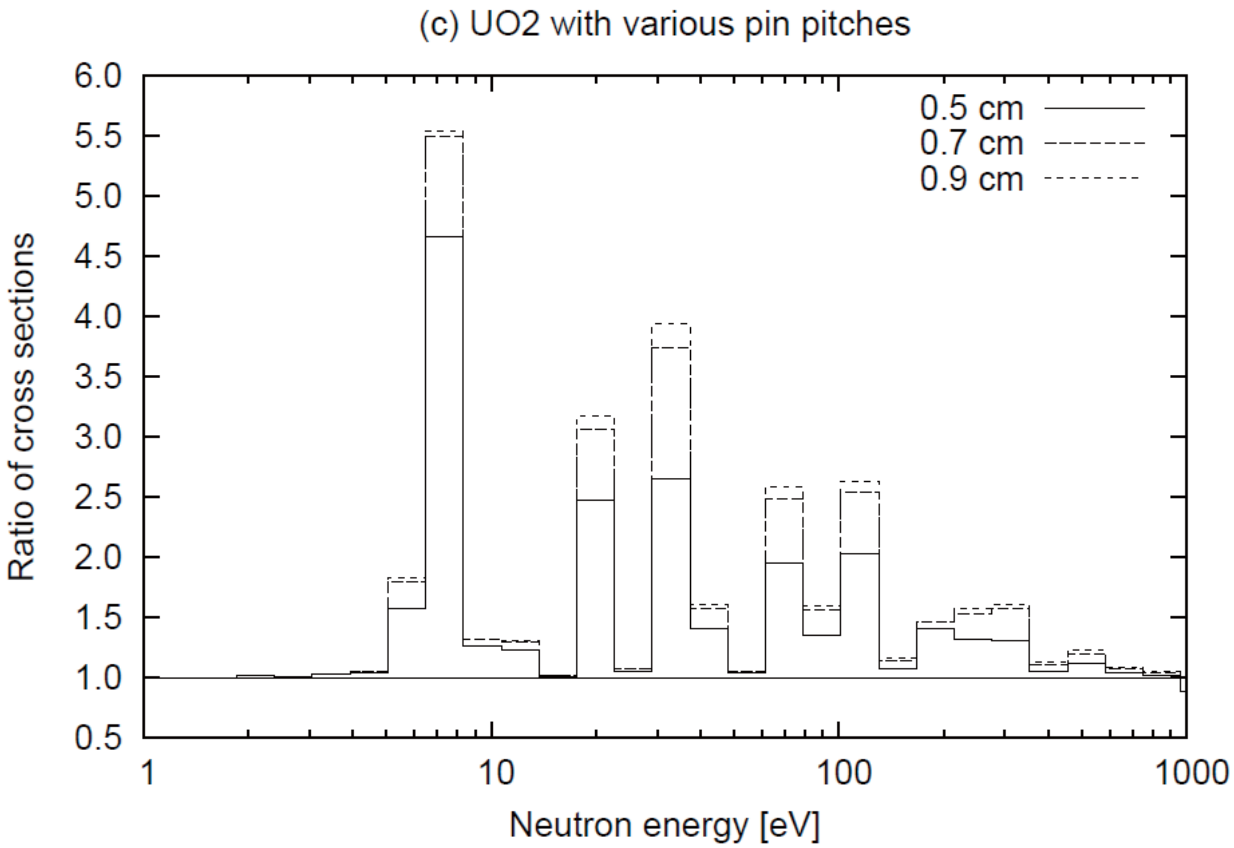
カレント重み断面積と中性子束重み全断面積の比



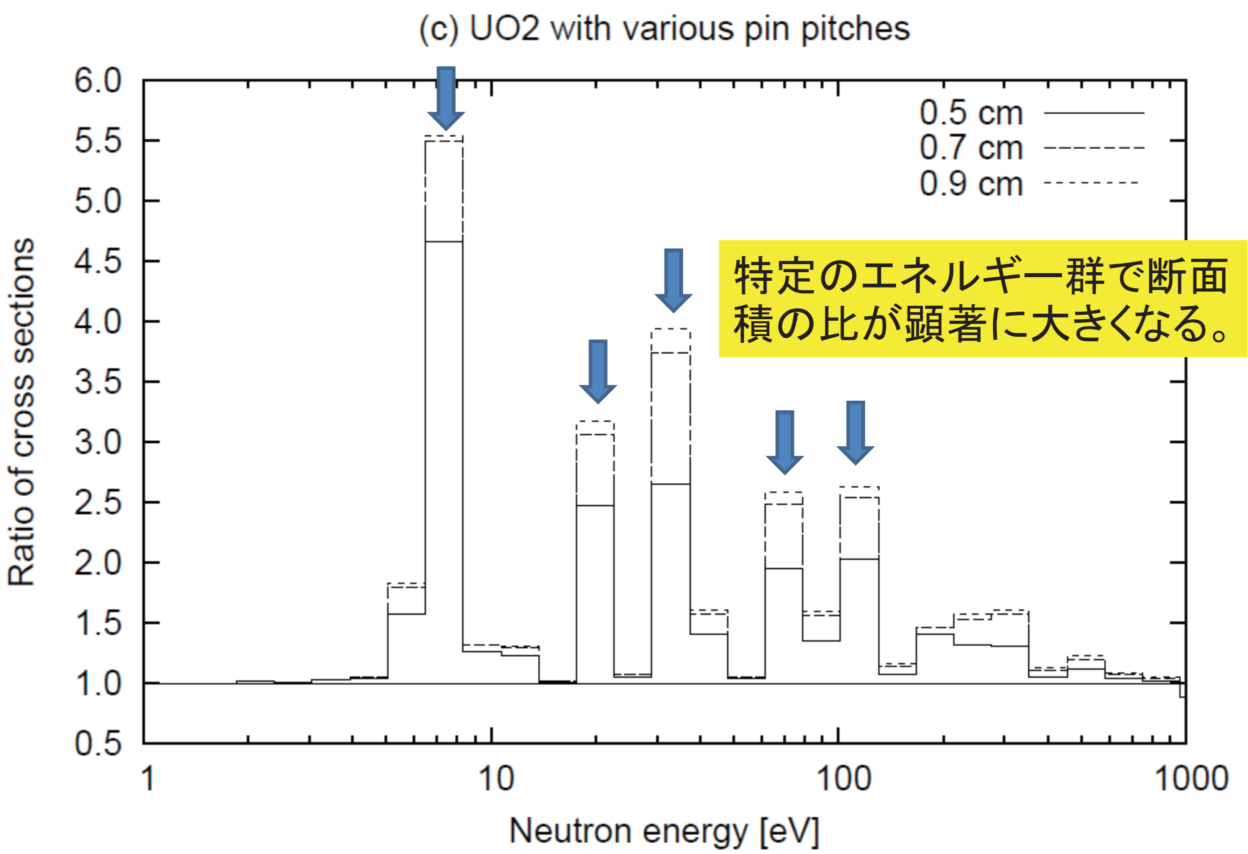
カレント重み断面積と中性子束重み全断面積の比



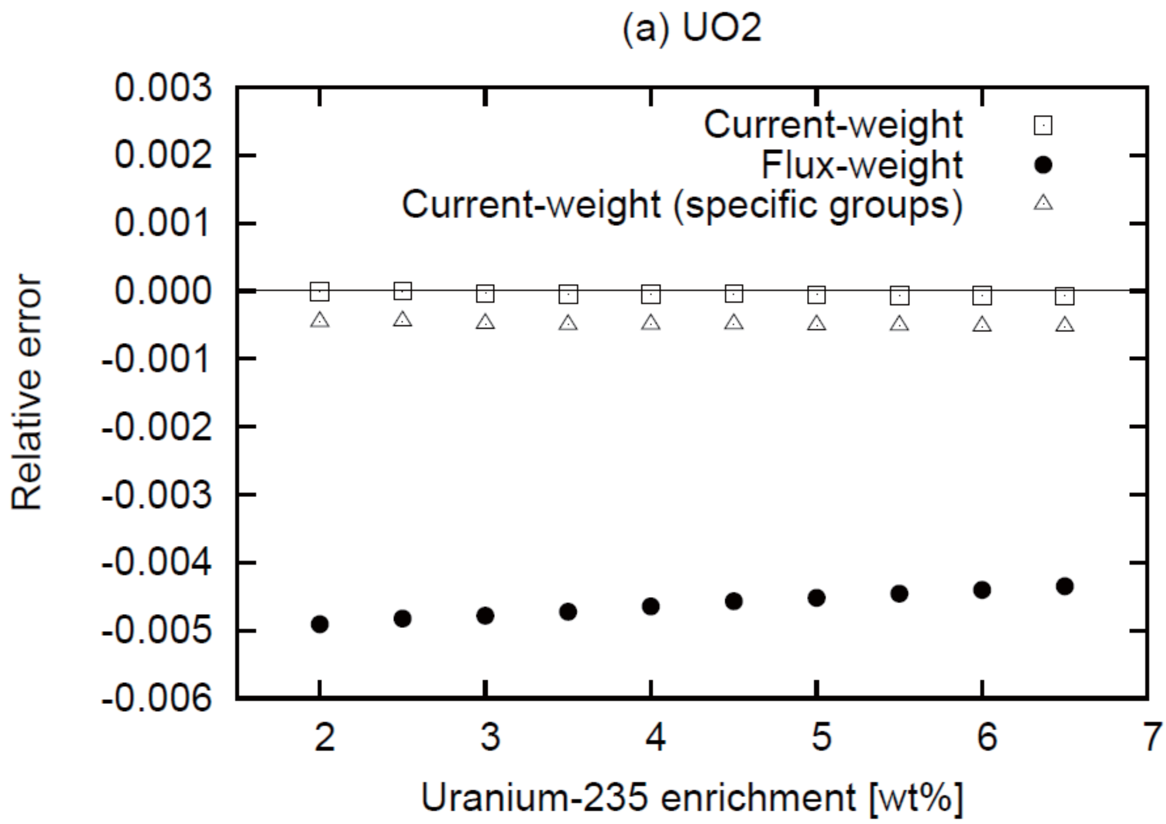
カレント重み断面積と中性子束重み全断面積の比



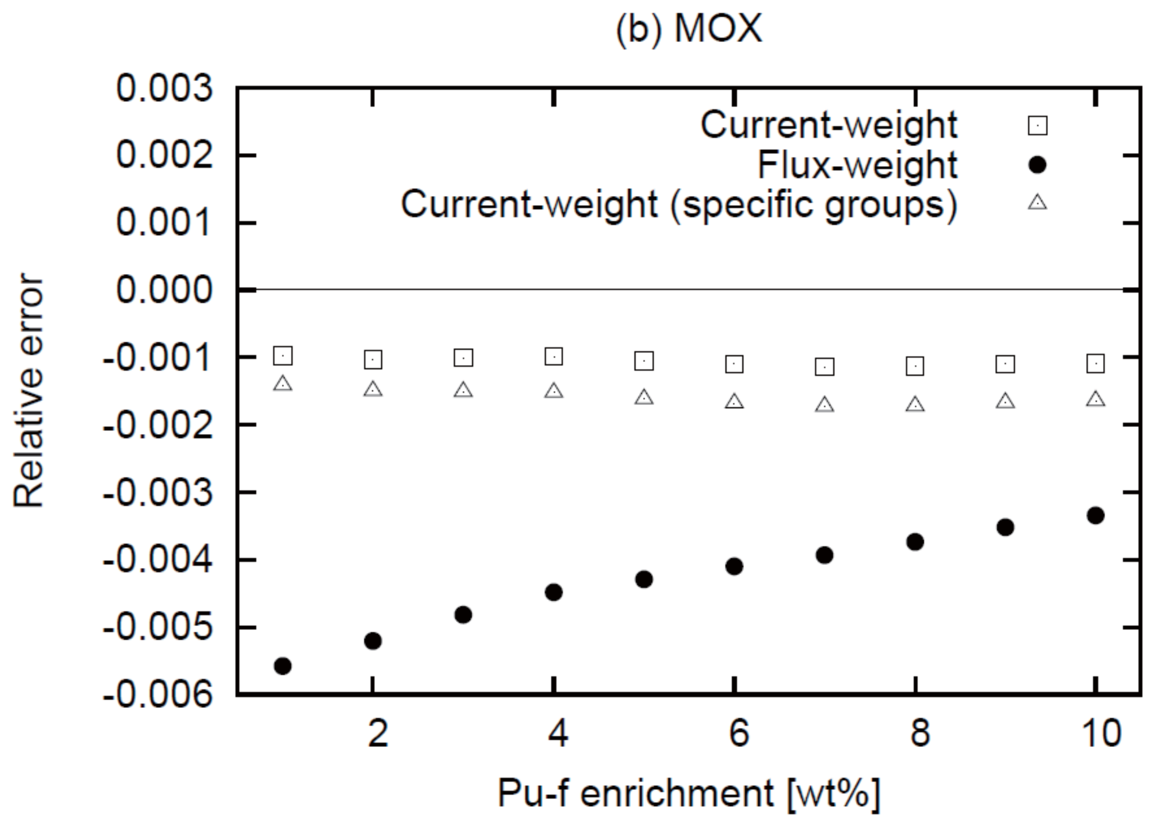
カレント重み断面積と中性子束重み全断面積の比



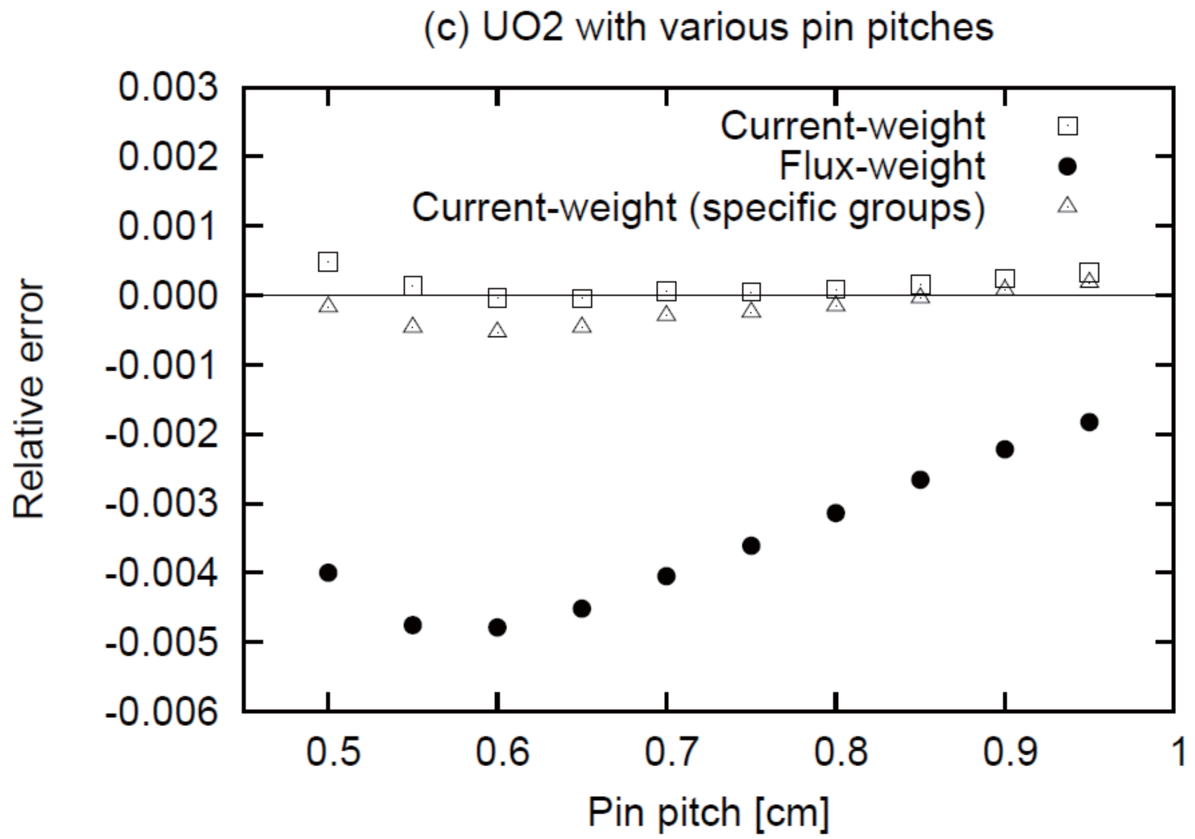
無限増倍率の再現誤差



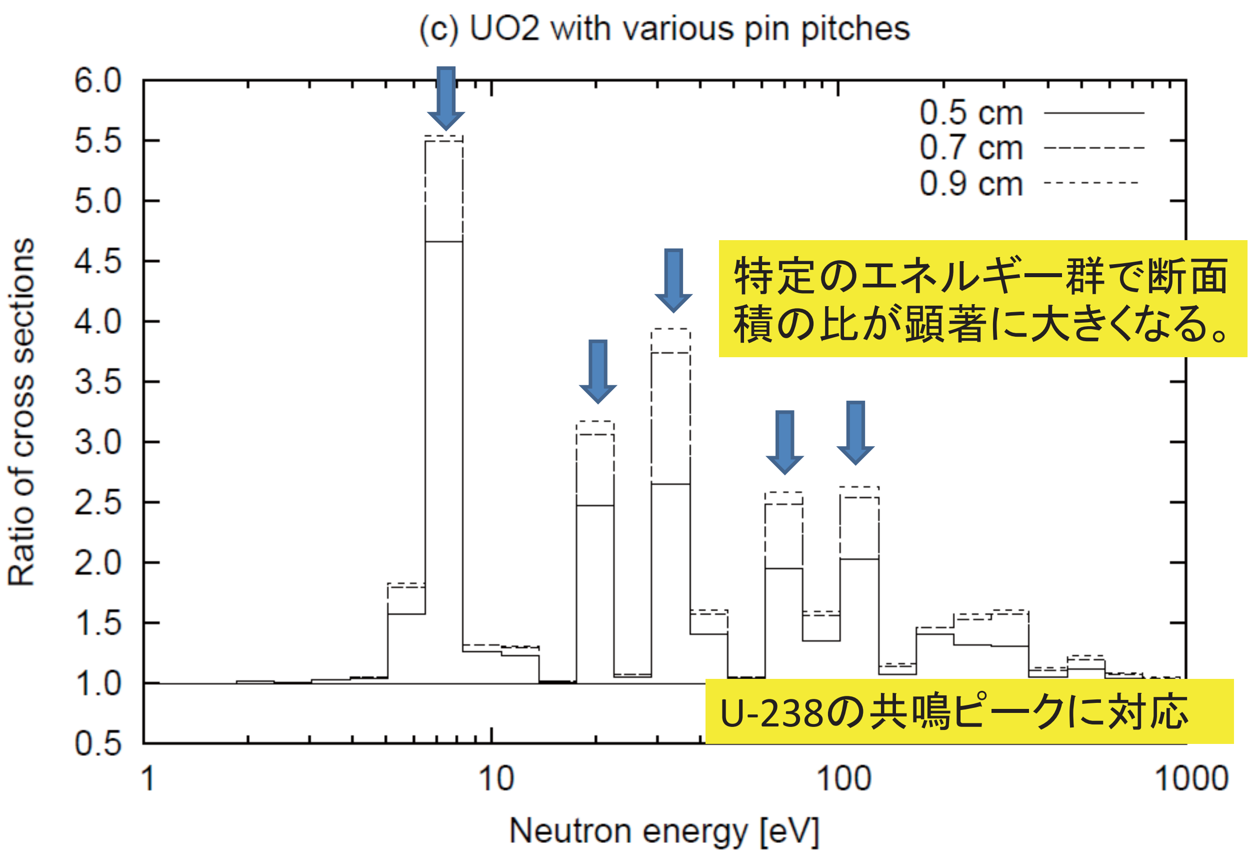
無限増倍率の再現誤差



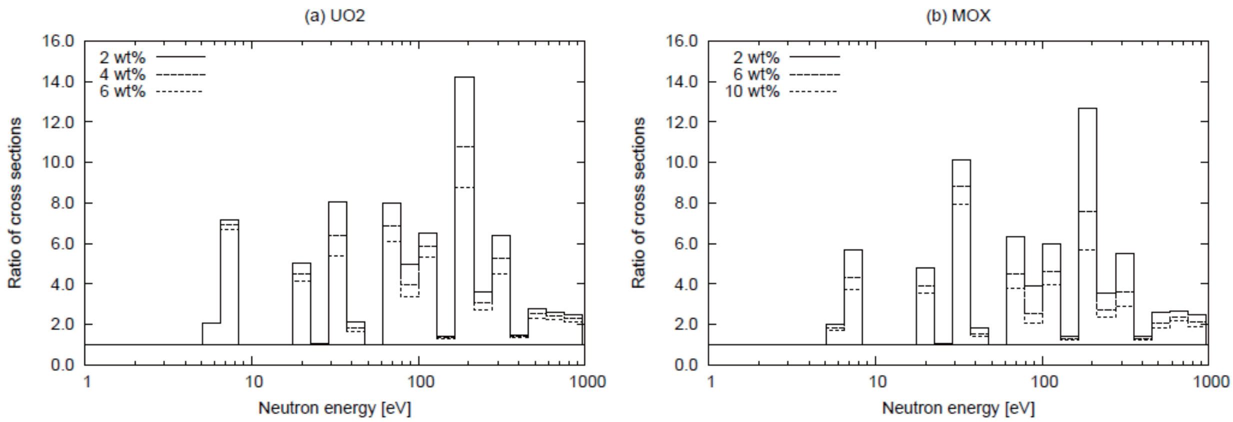
無限増倍率の再現誤差

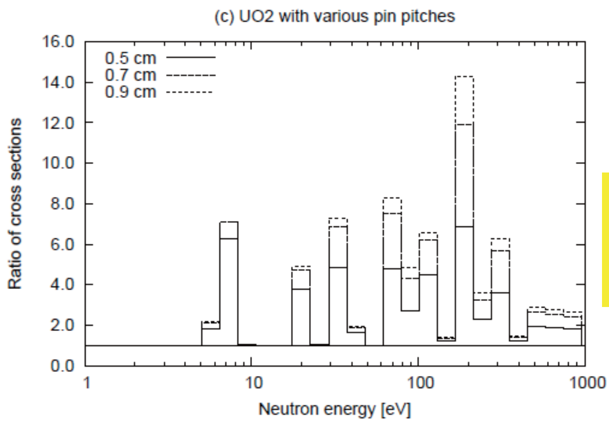


カレント重み断面積と中性子束重み全断面積の比



U-238実効微視的全断面積におけるカレント重み/中性子束重み





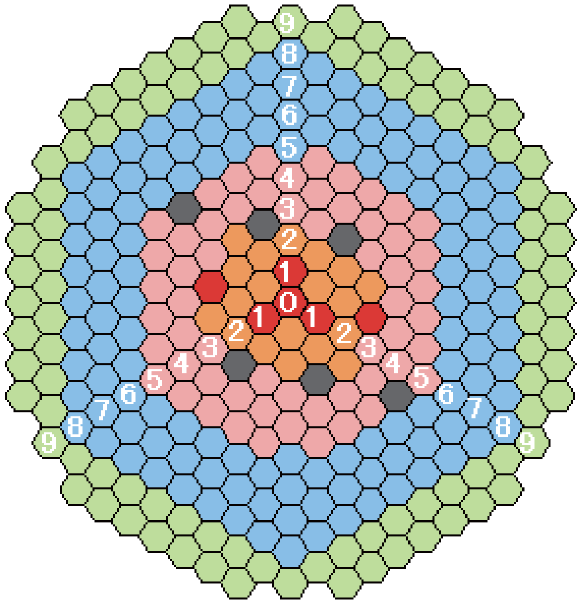
事前テーブル化を検討中

RoKo
北海道大学原子炉工学研究室

反射体領域における空間依存実効断面積の簡易計算手法

北大　千葉　豪

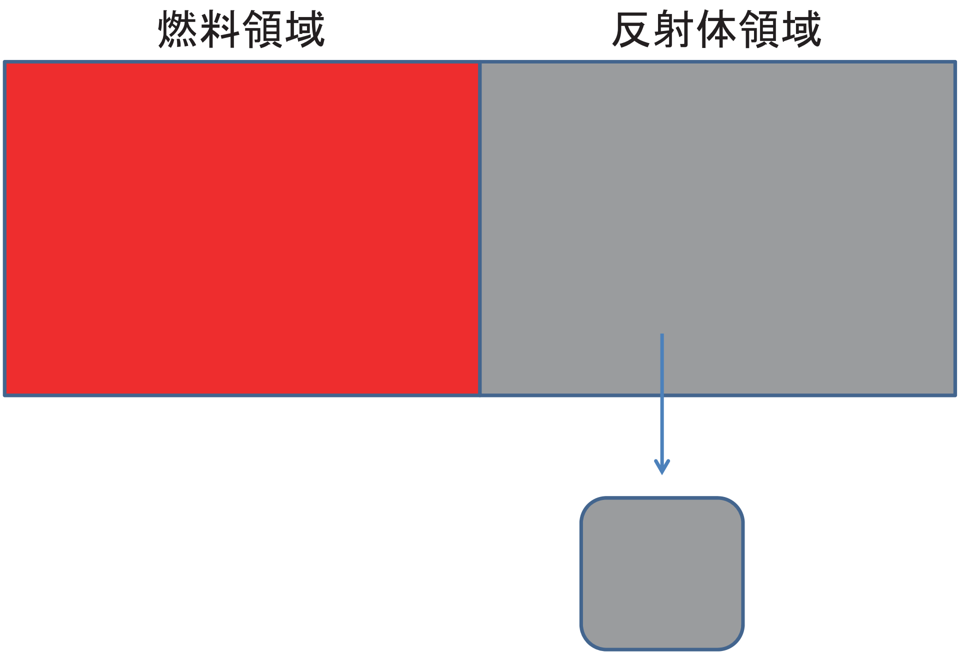
高速実験炉「常陽」MK-III



ステンレス反射体が
直接燃料集合体に接する
→反射体領域の実効断面積の
計算精度が重要となる。

- 内側燃料集合体
- 制御棒
- 外側燃料集合体
- 反射体
- 照射用集合体
- 遮へい集合体(B_4C)
- 1 集合体内白抜き数字は装荷列を示す。

反射体領域の実効断面積計算手法(従来法)



無限に拡がる均質媒質を仮定して
実効断面積を計算

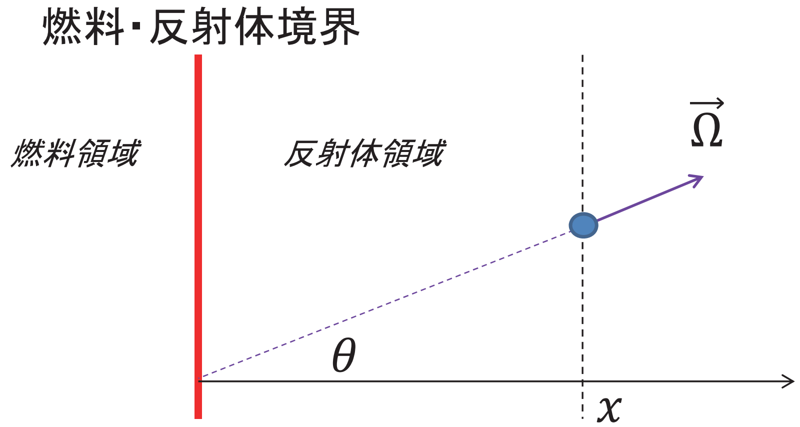
一次元球体系ベンチマーク問題

Energy group	k_{eff}	Error (dk/kk')
(Ref.)	1.01827	
70	0.94470	-0.0722
350	0.97189	-0.0455
1750	0.99742	-0.0205

←連続エネルギーモンテカルロ計算解

通常の70群計算では7%を超える誤差！

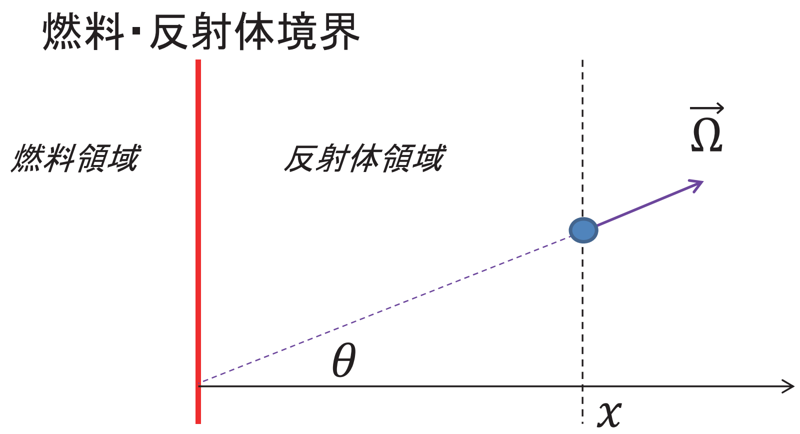
反射体領域における中性子束エネルギースペクトル



・一次元平板体系について、燃料から反射体への中性子の流れこみを考えるため、燃料・反射体境界位置に等方の中性子源qがあると考える。
・反射体領域において散乱中性子源が無視できるとするならば、位置xにおいて$\vec{\Omega}$を向く角度中性子束は以下のように書ける。

$$\psi(x,E,\vec{\Omega})d\Omega = q \times \frac{d\Omega}{4\pi\left(\frac{x}{\cos\theta}\right)^2} \times \exp\left(-\Sigma_t(E)\frac{x}{\cos\theta}\right)$$

反射体領域における中性子束エネルギースペクトル



従って、位置xにおけるスカラー中性子束は以下のように書ける。

$$\phi(x,E)=\int\psi(x,E,\vec{\Omega})d\Omega=2\pi\int_0^1\psi(x,E,\mu)d\mu \qquad \mu=\cos\theta$$

$$=\frac{q}{2x^2}\int_0^1\mu^2\exp(-\Sigma_t(E)x/\mu)d\mu$$

$$\boldsymbol{\propto \exp(-\Sigma_t(E)x)-\Sigma_t(E)xE_3(\Sigma_t(E)x)}$$

反射体領域における中性子束エネルギースペクトル

位置xにおけるスカラー中性子束は以下のように書ける。

$$\phi(x,E)\propto\exp(-\Sigma_t(E)x)-\Sigma_t(E)xE_3(\Sigma_t(E)x)$$

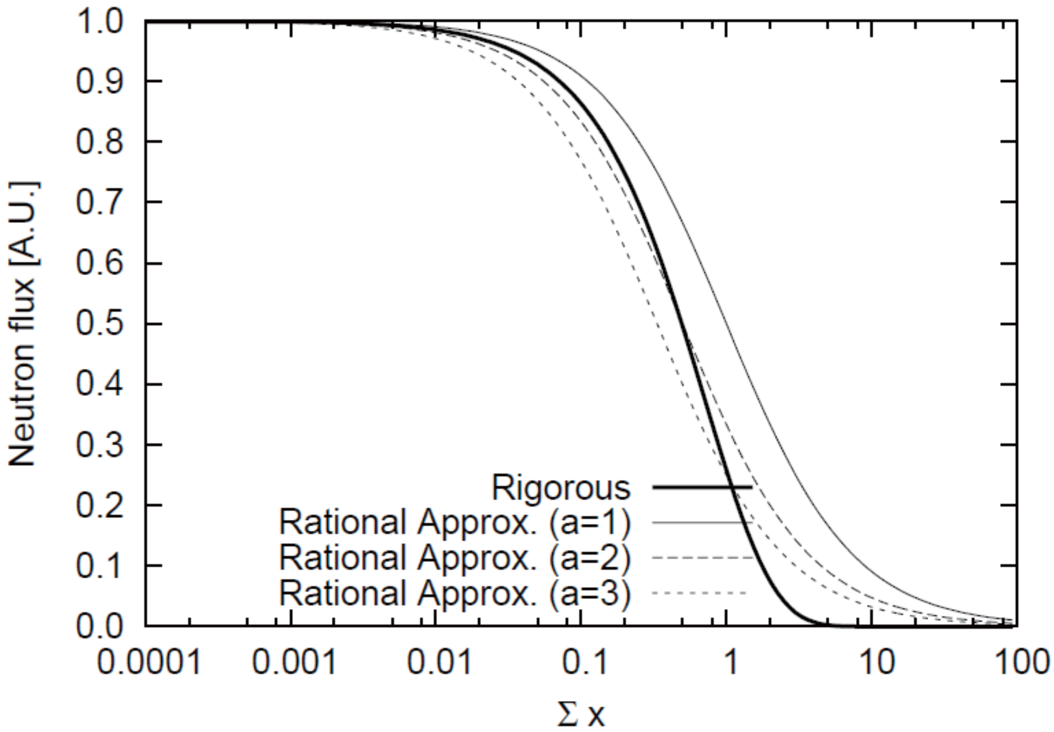
第一項は[1/0]次のパーデ近似で以下のように書ける。

$$\exp(-\Sigma_t(E)x)=\frac{1}{1+\Sigma_t(E)x}$$

第二項も考慮するため、上式を変形する。

$$\exp(-\Sigma_t(E)x)-\Sigma_t(E)xE_3(\Sigma_t(E)x)\approx\frac{1}{1+a\Sigma_t(E)x}$$

有理式近似の精度



a=2を採用する。

反射体領域における空間依存の背景断面積

位置xにおけるスカラー中性子束は以下のように書ける:

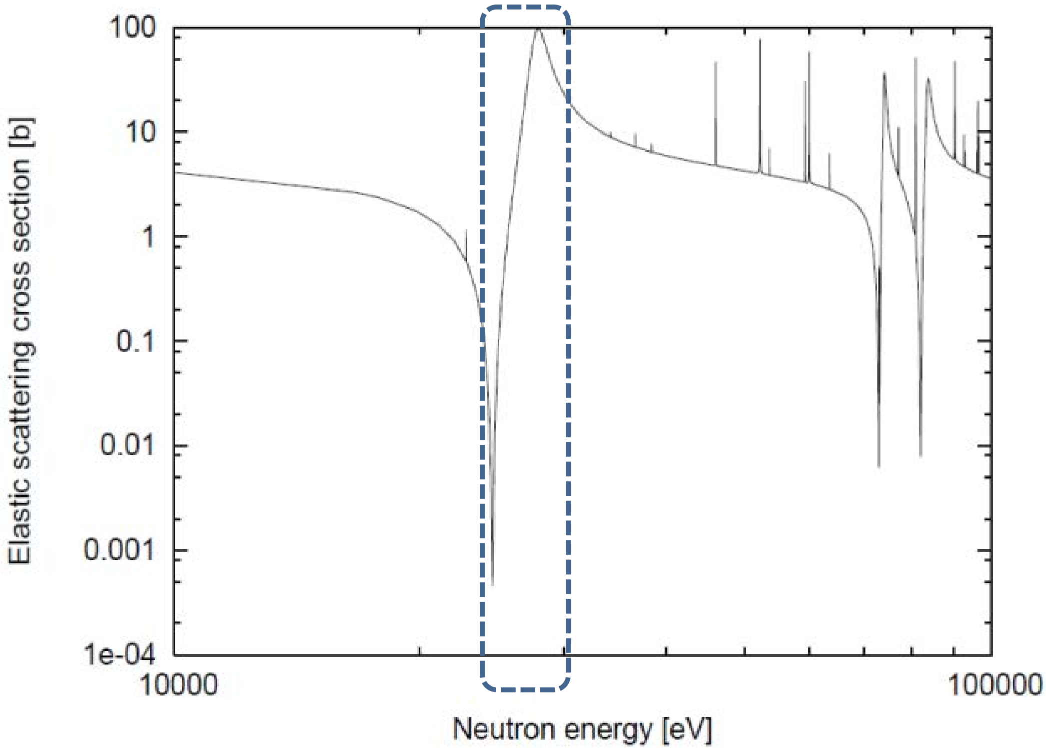
$$\phi(x,E) = \frac{1}{1+2\Sigma_t(E)x} \propto \frac{1}{\Sigma_t(E)+1/(2x)}$$

$$\propto \frac{1}{\sigma_t(E)+\sigma_0+1/(2xN_r)}$$

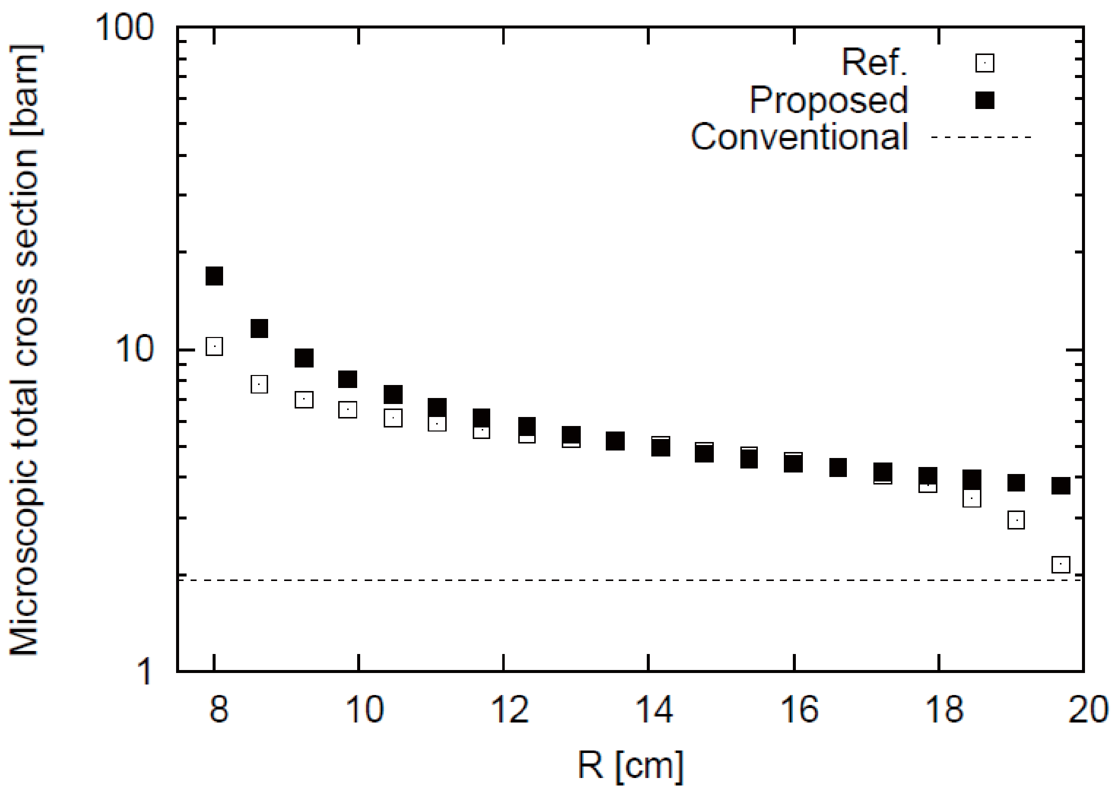
従って、位置xにおける背景断面積は以下のように書ける:

$$\bar{\sigma}_0(x) = \sigma_0 + \frac{1}{2xN_r}$$

反射体領域におけるFe-56実効全断面積

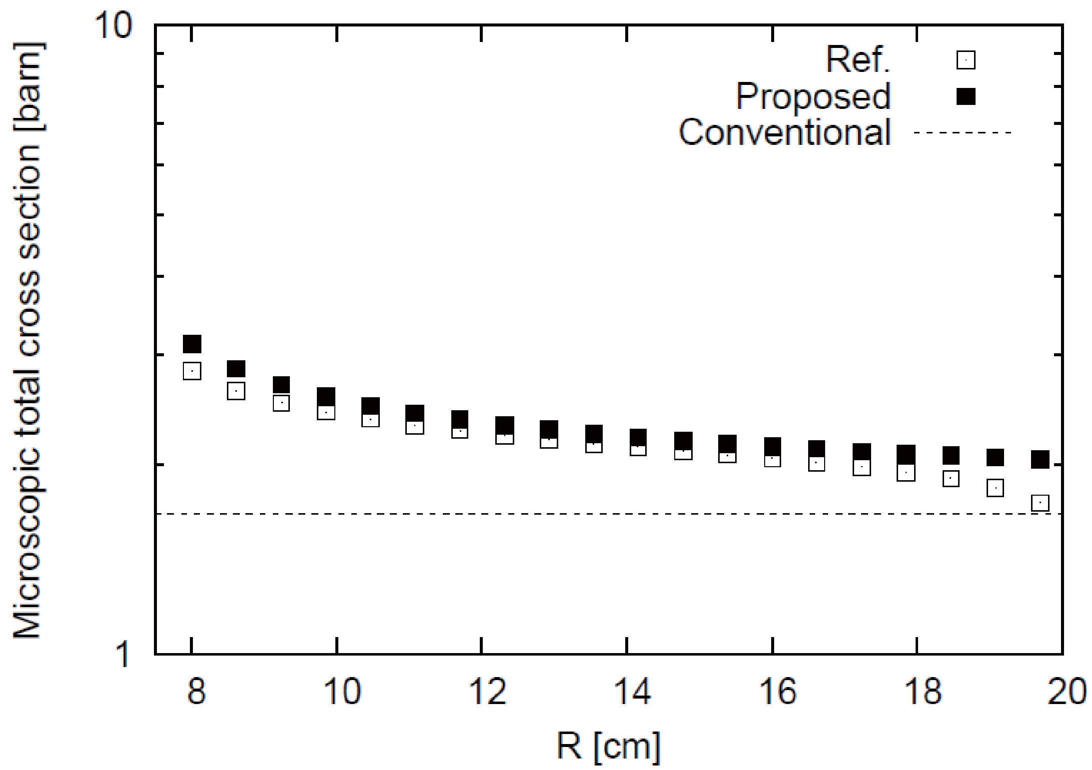


反射体領域におけるFe-56実効全断面積

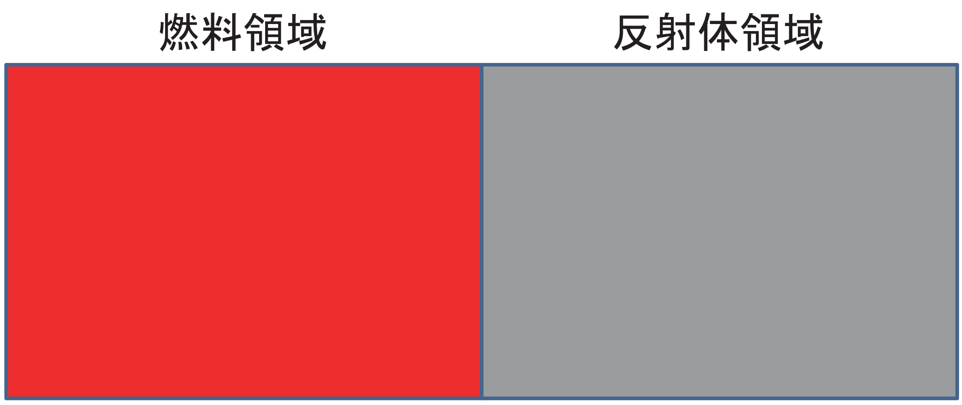


反射体領域におけるFe-56実効全断面積

0.639 MeV – 0.821 MeV



実効増倍率の結果

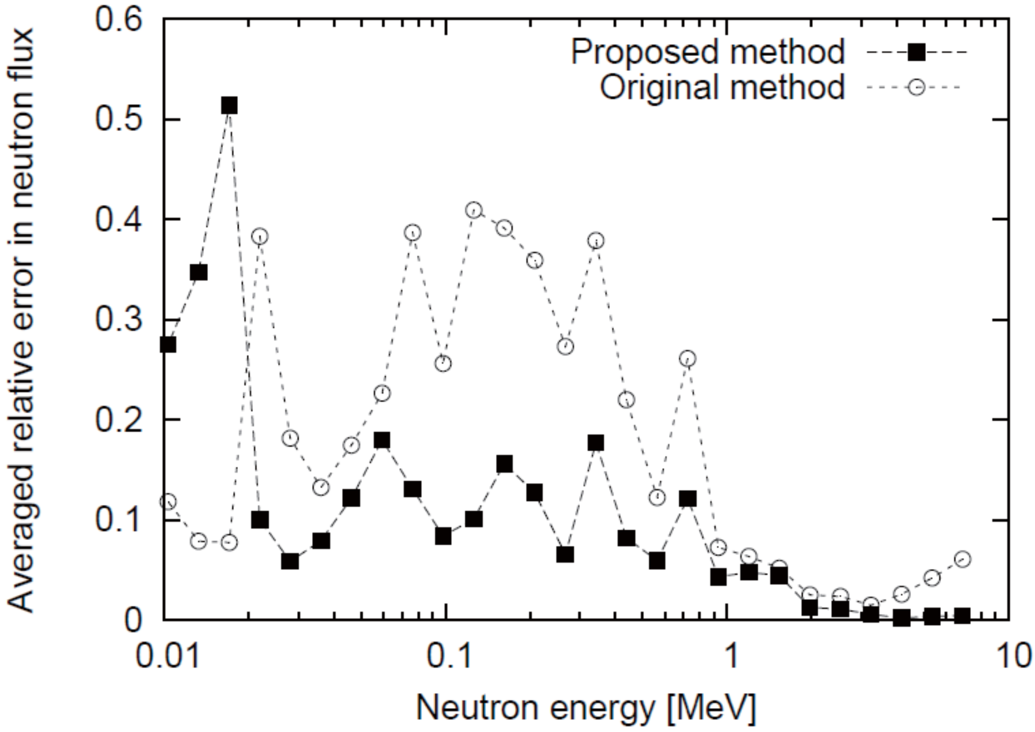


Energy group	k_{eff}	Error (dk/kk')
(Ref.)	1.01827	
70	0.94470	-0.0722
350	0.97189	-0.0455
1750	0.99742	-0.0205

←連続エネルギーモンテカルロ計算解

提案した方法：
1.00005（+0.018）

反射体領域中性子束分布の平均誤差



中性子束分布についても再現誤差が低減した。

三菱 PWR 新核設計コードシステム GalaxyCosmo-S の開発
-格子計算コード GALAXY-

三菱重工　山路和也

１．はじめに

三菱重工では、炉心設計、炉心管理、安全解析及び炉心シミュレータに対して共通の解析プラットフォーム利用をコンセプトとした核設計コードシステム GalaxyCosmo-S を開発した。　本発表では、格子計算コード GALAXY について、計算手法及びモンテカルロ計算との比較、臨界実験解析、照射後試験（PIE）解析を通して、加圧水型軽水炉(PWR)への適用性を示す。

2. 理論

GALAXY コードは Characteristics 法（MOC）に基づく 2 次元輸送計算コードであり、炉心計算コード COSMO-S に核定数を供給する。断面積ライブラリは、評価済み核データ ENDF/B-VII.0 を用い、XMAS172 群構造に基づいている。共鳴計算手法としては、等価原理に基づく灰色共鳴自己遮蔽法を採用している。今般、更なる適用事象の拡張、特に低減速材密度条件において評価精度を維持するため、「等価ダンコフ円筒セルモデル」に基づく超詳細群共鳴計算手法を新たに導入している。この新しい共鳴手法では、燃料棒単セル毎に得られたダンコフ係数を保存する減速材半径を設定し、燃料棒単セル毎に超詳細群（数～10 万群）の非均質計算を実施する。等価原理を排し、共鳴干渉効果を直接的に取扱うことで、より高精度な共鳴計算が可能となる。また、超詳細群共鳴計算を導入したことによる計算時間の増大を補償するため、172 群の中性子流結合衝突確率法（CCCP）と群構造を最適化した 22 群の MOC を組み合わせた高速計算オプションを導入している。有意な精度変化なく、輸送計算の計算時間を約 1/3 程まで低減できることを確認している。高度化前後の主要計算モデルを表 1 に示す。

表 1 GALAXY コードの主要計算モデル

項目	計算モデル(従来)	計算モデル(高度化)
断面積ライブラリ	ENDF/B-VII.0(172群)	ENDF/B-VII.0(172群、主要核種：数～10万群)
共鳴計算手法	等価原理に基づく灰色共鳴自己遮蔽法	等価ダンコフ円筒セルモデルに基づく非均質超詳細群(約10万群)計算
中性子束計算	輸送計算(172群MOC)	輸送計算(172群CCCP＋22群MOC)
燃焼計算	指数行列法(Krylov)　約150核種	指数行列法(Krylov)　約150核種

3. 検証・妥当性確認

GALAXY コードの検証・妥当性確認の条件は、設計基準事象解析のみならず設計拡張事象解析まで含めた適用範囲を包絡するように、燃料、及び、挿入物の仕様、燃焼度、燃料温度、減速材密度の範囲を設定した。適用範囲全体をカバーするのは、連続エネルギーモンテカルロコード MVP を参照解としたコード間比較である。各解析条件項目の範囲をカバーするだけでなく、各条件の組み合わせについても網羅的に条件を設定して解析を実施した。幾つかの条件下においては、実測値との比較である臨界実験測定値及び照射後試験の核種組成測定値との比較を実施している。

検証結果の一例として、0～1g/cm^3 の水密度範囲において、新旧の共鳴計算手法を用いた GALAXY コードと MVP コードとの無限増倍率を比較した結果を図 1 に示す。従来の GALAXY と比較し、新手法では全水密度範囲においてより安定した精度が得られることを確認した。また、ウラン、Gd、MOX、Er 燃料を対象とし、適用範囲を網羅した MVP コードとの比較結果を図 2 に示す。解析条件に対して特異な傾向無く MVP コードと良く一致することを確認している。

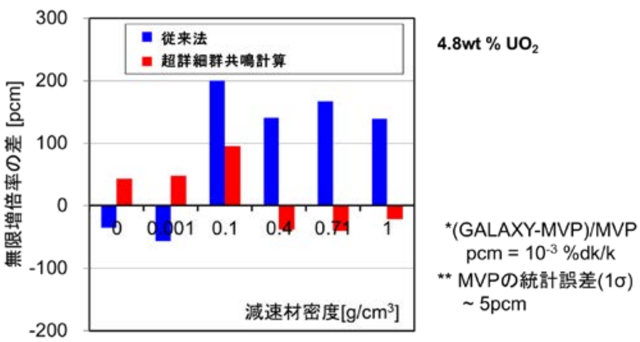


図 1 MVP との無限増倍率の差異（水密度 0～1g/cm^3）

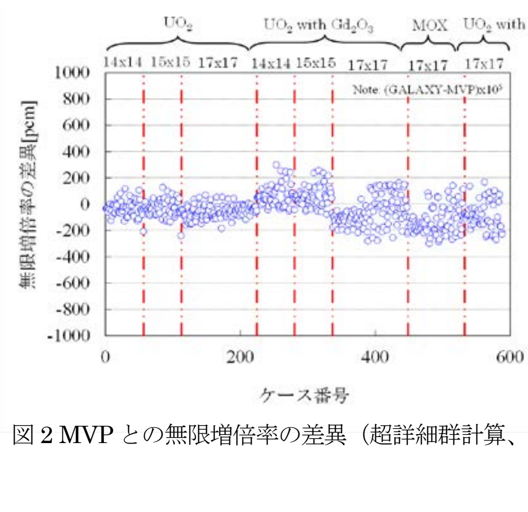


図 2 MVP との無限増倍率の差異（超詳細群計算、全条件）

4. まとめ

三菱重工では新核設計コードシステム GalaxyCosmo-S を開発した。格子計算コード GALAXY は、検証・妥当性確認を通して、PWR の種々の事象の条件下において安定した精度が得られることを確認している。

データ同化を用いた計算手法起因の不確かさ評価

Uncertainty estimation of analysis method using the data assimilation method

名大　○木下国治　　　　　遠藤知弘　　　　山本章夫

Kuniharu KINOSHITA　　Tomohiro ENDO　　Akio YAMAMOTO

非均質輸送計算と均質拡散計算による計算結果の差異に対し、均質拡散計算で得られる核特性パラメータのうち、差異と相関の強いパラメータに注目し、データ同化による計算誤差の推定を行った。

キーワード：**非均質輸送計算、均質拡散計算、手法起因誤差、データ同化、相関**

1．緒言　炉心特性予測値の不確かさの要因の一つに、計算手法に起因した不確かさがある。この計算手法起因の不確かさはこれまであまり研究されていない。例えば、計算手法起因の誤差として、非均質輸送計算と均質拡散計算による実効増倍率の差異に注目する場合、計算誤差を評価するためには、非均質輸送計算と均質拡散計算を行う必要がある。しかし、設計計算において詳細な非均質輸送計算を行うことは困難である。本研究では、データ同化に注目し、計算誤差と均質拡散計算で得られる核特性パラメータ(集合体からの中性子漏れ量など)の相関を利用して、非均質輸送計算による実効増倍率を推定した。

2．理論　最小分散法に基づき、推定値の期待値は非均質輸送計算結果の期待値と一致し、推定値の分散($\mathbf{V}[\mathbf{k}_a] = \mathbf{E}[(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_{het})(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_{het})^T]$)のトレースが最小となるように、非均質輸送計算の計算結果を(1)式のように推定する。また、推定値の分散を(2)式に示す。ここで、$\mathbf{k}_a$、$\mathbf{k}_{het}$、$\mathbf{k}_{hom}$、$\boldsymbol{\varepsilon}$、$\mathbf{P}$はそれぞれ推定値、非均質輸送計算の計算結果、均質拡散計算の計算結果、計算誤差(均質拡散計算と非均質輸送計算の計算結果の差異$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{k}_{hom} - \mathbf{k}_{het}$)、均質拡散計算で得られるパラメータを表す。$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$、$\bar{\mathbf{P}}$は$\boldsymbol{\varepsilon}$、$\mathbf{P}$の期待値を表し、$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{PP}}$、$\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon\varepsilon}$、$\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon\mathrm{P}}$はそれぞれパラメータの分散、計算誤差の分散、パラメータと誤差の共分散を表す。

$$\mathbf{k}_a = \mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon P}(\boldsymbol{\Sigma}_{PP})^{-1}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}}) \quad (1)$$

$$\mathbf{V}[\mathbf{k}_a] = \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon\varepsilon} - \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon P}(\boldsymbol{\Sigma}_{PP})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon P}{}^T \quad (2)$$

(1)式において、不確かさ評価対象の体系では、$\mathbf{k}_{hom}$と$\mathbf{P}$を均質拡散計算で求める必要があるが、非均質輸送計算を行う必要がない。ただし、あらかじめ別の体系(実験体系など)で、$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$、$\bar{\mathbf{P}}$、$\boldsymbol{\Sigma}_{PP}$、$\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon\varepsilon}$、$\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon P}$を求めておく必要がある。よって、別の体系での相関関係が不確かさ評価対象の体系でも同じであるという仮定が必要である。

3．検証計算　3x3 集合体体系を対象として、均質拡散計算で計算した実効増倍率とパラメータを用いて、(1)式から非均質輸送計算での実効増倍率を推定した。3x3 集合体体系の集合体としては、KAIST ベンチマーク問題 2A[1]に示されている、5 種類の集合体(UOX-1, UOX-CR, UOX-BA, MOX-1, MOX-BA)を用いた。また、パラメータは MOX-1 集合体の 1 群の全断面積の感度係数と MOX-1 集合体の 1 群の中性子漏れ量をとした。

まず、計算誤差とパラメータとの相関を求めるため、2x2 集合体体系で 5 種類の集合体の組み合わせを変えて、非均質輸送計算と均質拡散計算を行った。得られた複数の 2x2 集合体体系での結果から統計処理をして、実効増倍率の誤差とパラメータの相関等を評価した。次に、3x3 集合体体系で均質拡散計算を行い、実効増倍率($\mathbf{k}_{hom}$)と感度係数・中性子漏れ量($\mathbf{P}$)を計算した。その結果と 2x2 集合体体系で求めた相関を用いて、実効増倍率の推定を行った。同様の実効増倍率の推定を異なる配置の 3x3 集合体体系 100 ケースに対して行った。

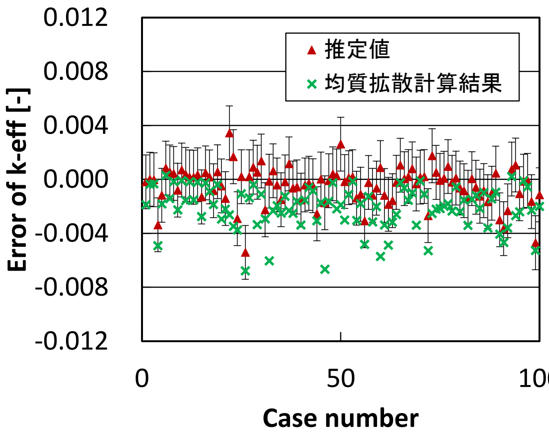


Fig.1 推定値の誤差と均質拡散計算の誤差

非均質輸送計算で計算した実効増倍率を参照値として、推定値との誤差($k_a - k_{het}$)及び均質拡散計算との誤差($k_{hom} - k_{het}$)を Fig.1 に示す。Fig.1 で示す推定値は、感度係数と中性子漏れ量の両方をパラメータとして推定した結果である。Fig.1 に示すように、推定値の誤差は、$\pm 2\sigma_a$の不確かさの範囲で概ね 0 と一致した。このことは、推定値(k_a)が参照値(k_{het})を不確かさの範囲で再現できたことを表している。

また、実効増倍率の推定に用いるパラメータを、感度係数のみ、中性子漏れ量のみ、感度係数と中性子漏れ量として、推定値の比較を行った。実効増倍率の誤差について、100 ケースの平均値、標準偏差及び、絶対値の合計は Table.1 のようになった。絶対値の合計が、感度係数と中性子漏れ量を用いた推定で一番小さいことから、二つのパラメータを考慮することで、よりもっともらしい推定が出来ている。

Table 1　推定に用いたパラメータによる実効増倍率の誤差

	均質拡散計算結果(なし)	推定値(感度係数)	推定値(漏れ量)	推定値(感度係数&漏れ量)
Ave.	-0.0021	-0.0001	-0.0013	-0.0005
Std. dev.	0.0016	0.0016	0.0013	0.0014
Total error	0.2140	0.1110	0.1420	0.1000

参考文献　1) N. Z. CHO, http://nurapt.kaist.ac.kr/benchmark/kaist_ben2a.pdf.

データ同化を用いた計算手法起因の不確かさ評価

名古屋大学
○木下 国治　遠藤知弘　山本章夫

2015年12月2日　第4回炉物理専門研究会

背景　不確かさ評価

- 炉心解析
  - 数値シミュレーションを利用して安全性を評価
  - 炉心解析結果には不確かさが付随
- 炉心解析結果の不確かさの要因
  - 入力パラメータが持つ不確かさに起因するもの
    - 例　核反応断面積の不確かさ
  - 計算手法に起因するもの
    - 例　近似・モデル化
    - あまり研究されていない

本研究ではこちらに注目

2

背景　計算手法起因の不確かさ

- 計算誤差
  - 均質拡散計算と非均質輸送計算の差異
    (均質拡散計算ー非均質輸送計算)

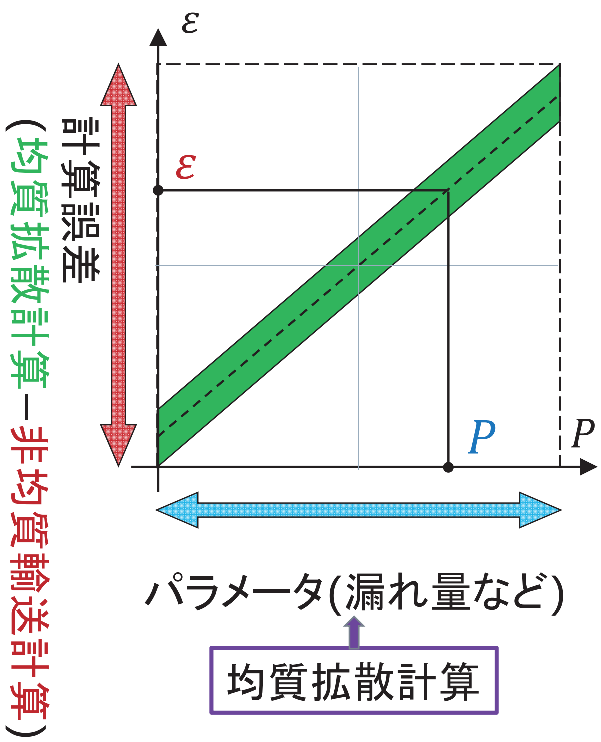
- 計算誤差の評価
  - 非均質輸送計算が必要
    - 実際の炉心設計では非現実的
  - 計算誤差との相関を利用
    - 核特性パラメータ(中性子漏れ量など)と計算誤差に相関

3

背景　計算誤差の推定

- 相関を利用
  - 計算誤差とパラメータの相関
- パラメータ
  - 均質拡散計算で計算
  - 例）中性子漏れ量、感度係数

非均質輸送計算なしで計算誤差を評価



4

目的

- 研究目的
  - 計算誤差推定手法の確立
  - 非均質輸送計算結果の推定(再現)
    - 均質拡散計算の結果を利用
- 発表内容
  - 推定式の導出
    - データ同化を使用
  - 本手法の検証
    - 非均質輸送計算による実効増倍率の推定

5

データ同化による推定

- 本研究におけるデータ同化
  - 均質拡散計算の結果にパラメータを取り入れる
    - パラメータは均質拡散計算で計算
  - 非均質輸送計算の結果を推定

均質拡散計算 $\mathbf{k_{hom}}$

パラメータ(漏れ量など) $\mathbf{P}$

→ 非均質輸送計算の推定値 $\mathbf{k_a}$

推定値 $\mathbf{k}_a = \mathbf{k}_{hom} + \mathbf{F}(\mathbf{P} - \mathbf{P_0})$

均質拡散計算の結果

パラメータによる補正

$\mathbf{F}, \mathbf{P_0}$は定数の行列

6

複数パラメータを用いた推定式の導出

推定値	: n個
パラメータ	: m個

□ 推定条件

① 推定値$\mathbf{k}_a$と非均質輸送計算$\mathbf{k}_{het}$の平均値が一致

$$\boxed{\mathbf{k}_a = \mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{F}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}})}$$

P : パラメータ
ε : 計算誤差
（$\varepsilon = k_{hom} - k_{het}$）
$\bar{X}$: Xの平均値

$$\mathbf{k}_a = \begin{bmatrix} k_{a,1} \\ \vdots \\ k_{a,n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{k}_{hom} = \begin{bmatrix} k_{hom,1} \\ \vdots \\ k_{hom,n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{k}_{het} = \begin{bmatrix} k_{het,1} \\ \vdots \\ k_{het,n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{k}_{hom} - \mathbf{k}_{het}$　　　$\mathbf{F}$ は$n \times m$行列

7

複数パラメータを用いた推定式の導出

$$\boxed{\boldsymbol{\Sigma}_{XY} = \mathrm{E}[(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}})(\mathbf{Y} - \bar{\mathbf{Y}})^T]}$$

□ 推定条件

② 推定値の分散行列$\mathbf{V}_a$のトレースが最小

$$\mathbf{V}_a = \mathrm{E}[(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_{het})(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_{het})^T]$$

$$tr(\mathbf{V}_a) = \sum_{i=1}^{n} v_{ii} = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ii}^2 \quad \left(\because \sigma_{ii}^2 = \mathrm{E}\left[\left(k_{a,i} - k_{het,i}\right)^2\right]\right)$$

$$\boxed{\mathbf{k}_a = \mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon P}(\boldsymbol{\Sigma}_{PP})^{-1}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}})}$$

$$\boxed{\mathbf{V}_a{}^2 = \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon\varepsilon} - \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon P}(\boldsymbol{\Sigma}_{PP})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{P\varepsilon}}$$

推定を行う体系とは
別の体系で評価

□ 仮定

- 計算誤差とパラメータの平均、標準偏差、相関は別の体系(実験体系など)と推定体系で同じ

8

推定の概念

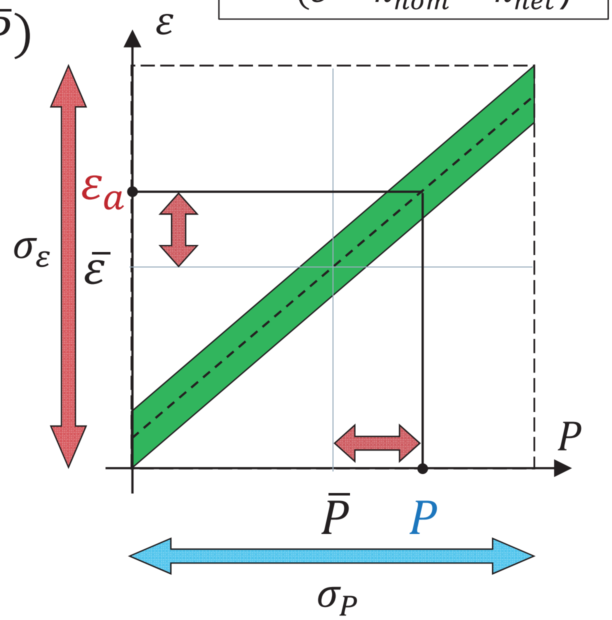
推定値(k_a)　：1個
パラメータ (P)　：1個
σ_X　：Xの標準偏差
ρ　：εとPの相関係数
ε　：計算誤差
($\varepsilon = k_{hom} - k_{het}$)

□ 計算誤差の推定値ε_a

$$k_a = k_{hom} - \bar{\varepsilon} - \rho\frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_P}(P - \bar{P})$$

$$= k_{hom} - \varepsilon_a$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_a = \bar{\varepsilon} + \rho\frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_P}(P - \bar{P})}$$



□ $(\varepsilon_a - \bar{\varepsilon})/\sigma_\varepsilon$を
$(P - \bar{P})/\sigma_P$から推定

■ 相関係数ρを利用

9

検証計算のコンセプト

□ 炉心設計

臨界集合体実験のデータを用いて検証 ➡ 実機炉心で炉心設計

□ 本検証

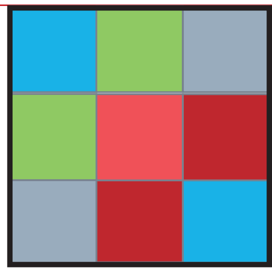
2x2集合体体系で相関を評価 ➡ 3x3集合体体系で計算誤差の推定

2x2集合体体系の相関と3x3集合体体系の相関が同じ

10

実効増倍率の推定　計算条件

完全反射境界



- 推定項目
  - 3x3集合体体系の実効増倍率
- 燃料集合体
  - KAIST-2Aベンチマーク問題に記載された5種類
    （Uox-1, Uox-CR, Uox-BA, Mox-1, Mox-BA）
- パラメータ
  - 実効増倍率に対する断面積の感度係数
    - 1群の全断面積(MOX-1)
  - 中性子漏れ量
    - MOX-1からの1群の中性子漏れ量

11

実効増倍率の推定　推定方法

- ①2x2集合体体系
  (相関を計算:65ケース)
  - 均質拡散計算
    - 実効増倍率(k_{hom})
    - パラメータ($\mathbf{P}$)
  - 非均質輸送計算
    - 実効増倍率(k_{het})
- ②3x3集合体体系
  （推定対象）
  - 均質拡散計算
    - 実効増倍率(k_{hom})
    - パラメータ($\mathbf{P}$)
  - 非均質輸送計算
    - 実効増倍率(k_{het})

統計処理で
相関等を評価

参照解
→k_aと比較

推定式

$$k_a = k_{hom} - \bar{\varepsilon} + \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon P}(\boldsymbol{\Sigma}_{PP})^{-1}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}})$$

12

結果 2x2集合体体系での相関

□ 相関係数

	Parameter	(P1)	(P2)	(E)
(P1)	感度係数	1.00		
(P2)	中性子漏れ量	0.72	1.00	
(E)	実効増倍率の誤差	−0.89	−0.74	1.00

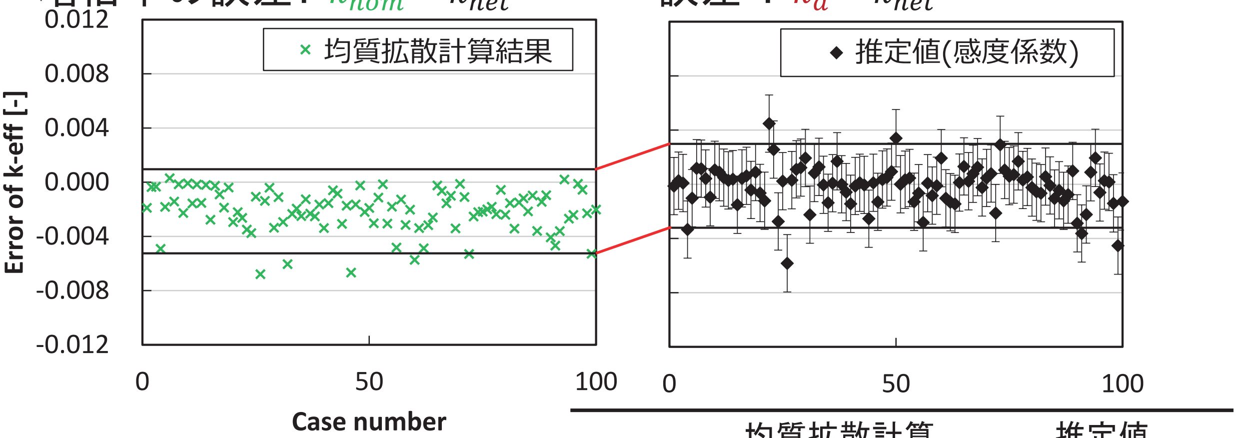
各パラメータ(感度係数と中性子漏れ量)
・実効増倍率の誤差と強い相関

推定結果　感度係数

推定値の不確かさ：$\pm 2\sigma_a$

均質拡散計算で得られた実効増倍率の誤差：$k_{hom} - k_{het}$

感度係数を利用した推定値の誤差　：$k_a - k_{het}$



	均質拡散計算結果	推定値(感度係数)
Ave.	-0.0021	-0.0001
Std. dev.	0.0016	0.0016

統計結果 (100ケース)

- 推定値の誤差($k_a - k_{het}$)の平均値が小さい

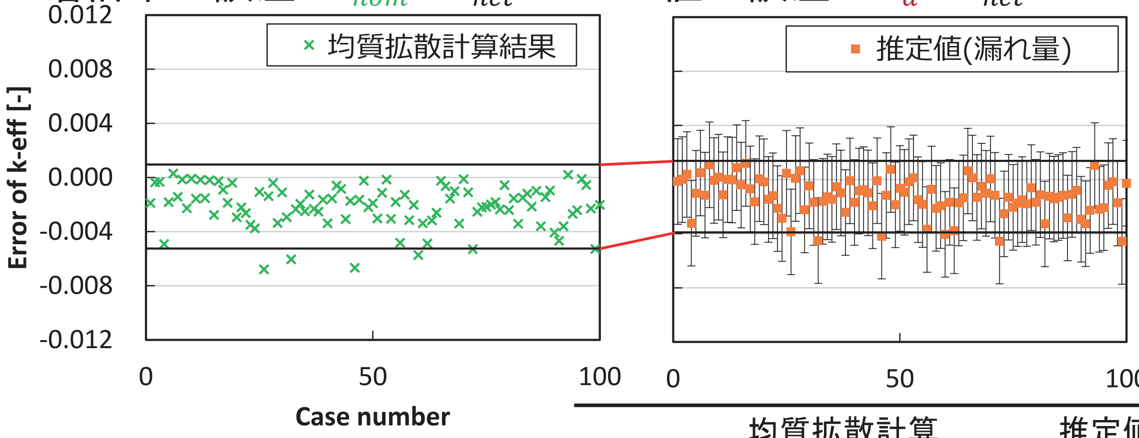
推定値が参照値をよく再現している

推定結果　中性子漏れ量

推定値の不確かさ：$\pm 2\sigma_a$

均質拡散計算で得られた実効増倍率の誤差：$k_{hom} - k_{het}$

中性子漏れ量を利用した推定値の誤差 ：$k_a - k_{het}$



統計結果 (100ケース)

- 推定値の誤差($k_a - k_{het}$)の平均値が小さい

	均質拡散計算結果	推定値(漏れ量)
Ave.	-0.0021	-0.0013
Std. dev.	0.0016	0.0013

推定値が参照値をよく再現している

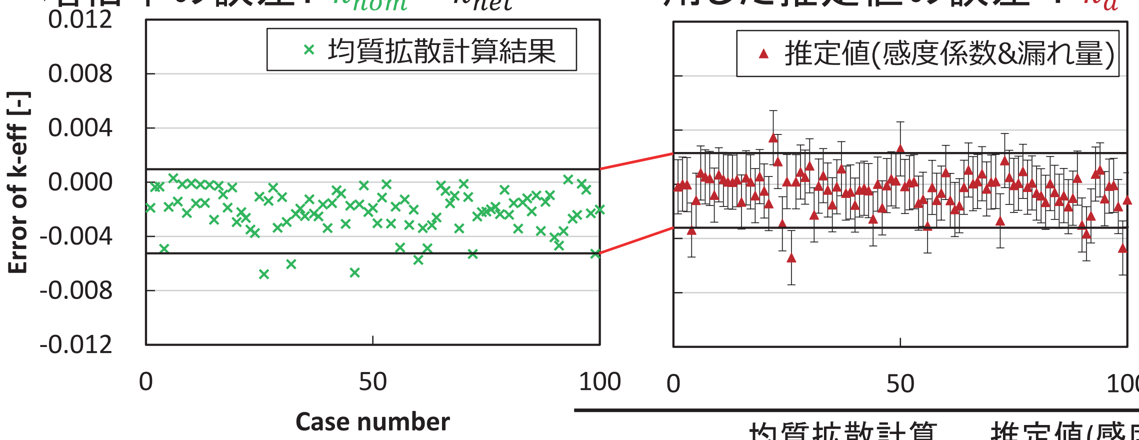
15

推定結果　感度係数と中性子漏れ量

推定値の不確かさ：$\pm 2\sigma_a$

均質拡散計算で得られた実効増倍率の誤差：$k_{hom} - k_{het}$

感度係数と中性子漏れ量を利用した推定値の誤差 ：$k_a - k_{het}$



統計結果 (100ケース)

- 推定値の誤差($k_a - k_{het}$)の平均値が小さい

	均質拡散計算結果	推定値(感度係数&漏れ量)
Ave.	-0.0021	-0.0005
Std. dev.	0.0016	0.0014

推定値が参照値をよく再現している

16

推定結果の比較

- 推定に用いたパラメータによる実効増倍率の誤差

	均質拡散計算結果(なし)	推定値(感度係数)	推定値(漏れ量)	推定値(感度係数&漏れ量)
Ave.	-0.0021	-0.0001	-0.0013	-0.0005
Std. dev.	0.0016	0.0016	0.0013	0.0014
Total error	0.214	0.111	0.142	0.100

- Total error の定義:

$$(total\ error) = \sum_{i=1}^{number\ of\ cases} \left| k_i - k_{het,i} \right|$$

二つのパラメータを用いた絶対値の合計(Total error)が小さい

二つのパラメータ(感度係数と漏れ量)を考慮することでよりもっともらしく推定

17

まとめ・今後の課題

- 非均質輸送計算結果の推定式を導出
  - データ同化に基づく
- 3x3集合体の実効増倍率を推定
  - 推定値が非均質輸送計算結果を再現
    - 感度係数・中性子漏れ量・両方のパラメータ
  - 二つのパラメータ(感度係数・中性子漏れ量)を考慮することで、よりもっともらしい値を推定

- 今後の課題
  - 適切なパラメータの設定
  - 相関が弱いパラメータが推定結果に与える影響

18

19

非均質輸送計算の結果を推定

- 推定条件
  - 推定値k_aと非均質輸送計算k_{het}の平均値が一致
  - 推定値の分散が最小

$$k_a = k_{hom} - \bar{\varepsilon} + \rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_P}(P - \bar{P})$$

$$\sigma_a{}^2 = \sigma_\varepsilon{}^2(1 - \rho^2)$$

$\bar{X}$ はXの平均値
σ_X はXの標準偏差
ρ はεとPの相関係数

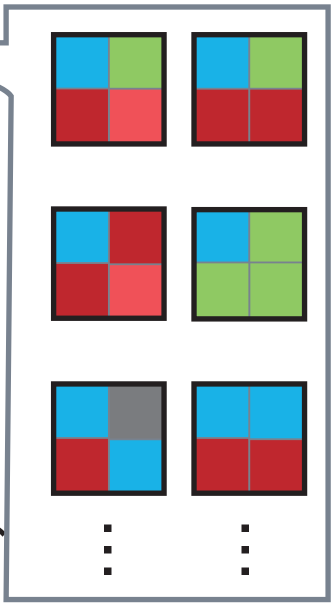
別の体系で評価

- 仮定
  - 計算誤差とパラメータの平均、標準偏差、相関は別の体系(実験体系)と推定体系で同じ

20

検証フロー(1/2)

- 計算誤差とパラメータの相関を評価
  - 2x2集合体体系：65ケース
  - 1ケースの計算
    - 均質拡散計算
      - 実効増倍率、パラメータ
    - 非均質輸送計算
      - 実効増倍率
  - 統計処理
    - 計算誤差とパラメータの平均、分散、共分散を評価

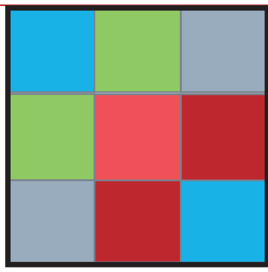


$$\mathbf{k}_a = \mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon P}(\boldsymbol{\Sigma}_{PP})^{-1}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}})$$

21

検証フロー(2/2)

完全反射境界



- 実効増倍率の推定
  - 3x3集合体体系
  - 均質拡散計算
    - 実効増倍率 ($\mathbf{k}_{hom}$) and パラメータ($\mathbf{P}$)
  - 推定式から実効増倍率($\mathbf{k}_a$)の推定

$$\mathbf{k}_a = \mathbf{k}_{hom} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon P}(\boldsymbol{\Sigma}_{PP})^{-1}(\mathbf{P} - \bar{\mathbf{P}})$$

- 推定値と参照値の比較
  - 3x3集合体体系
  - 非均質輸送計算
    - 実効増倍率の参照値($\mathbf{k}_{het}$)

22

推定の概念

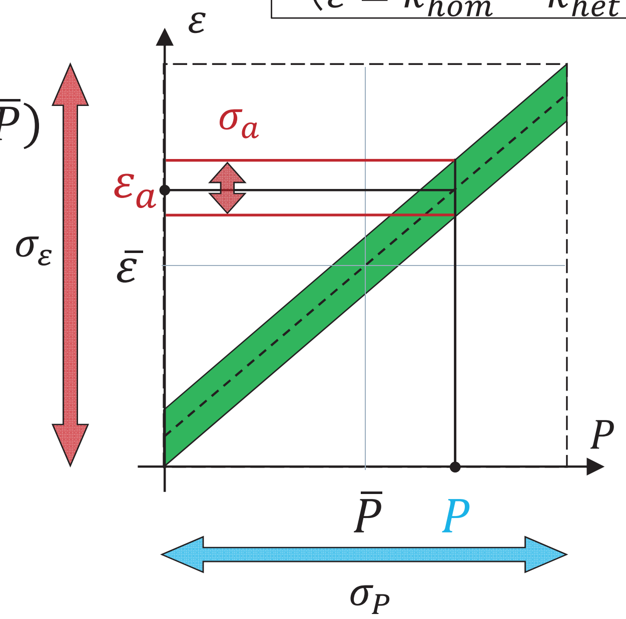
P :パラメータ
ε :計算誤差
$(\varepsilon = k_{hom} - k_{het})$

□ 計算誤差の推定値ε_a

$$k_a = k_{hom} - \bar{\varepsilon} - \rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_P}(P - \bar{P})$$

$$= k_{hom} - \varepsilon_a$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_a = \bar{\varepsilon} + \rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_P}(P - \bar{P})}$$



□ 推定値の分散

$$\boxed{{\sigma_a}^2 = {\sigma_\varepsilon}^2(1 - \rho^2)}$$

Pとεの相関が強いパラメータが望ましい

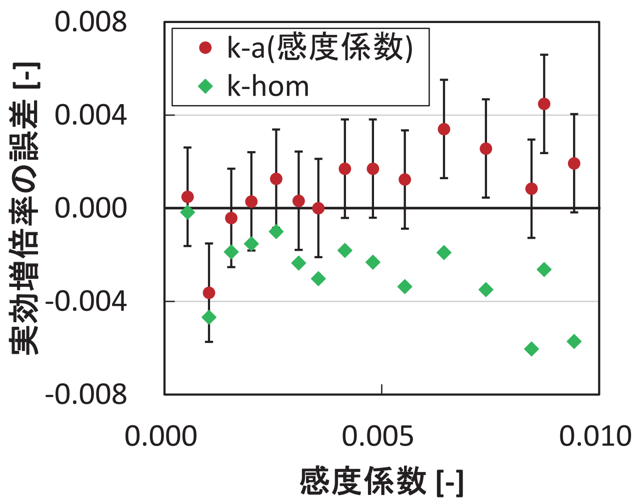
23

推定結果

参照値 : k_{het}
不確かさ : $\pm 2\sigma$

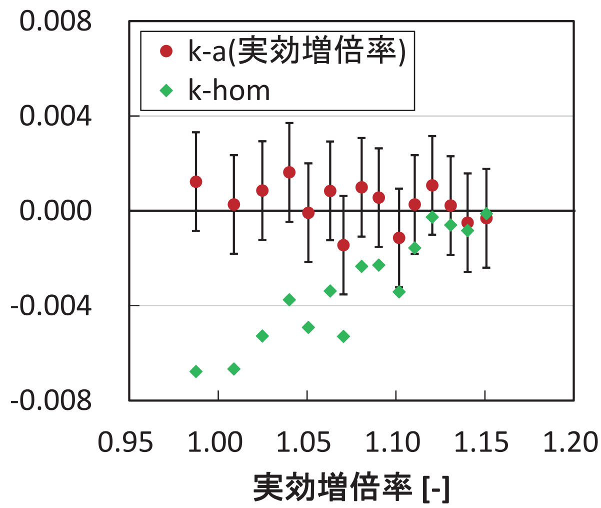
□ P:感度係数

■ 15ケース



□ P :実効増倍率(k_{hom})

■ 15ケース



推定値の誤差が
不確かさの範囲で0と一致 → 推定可能

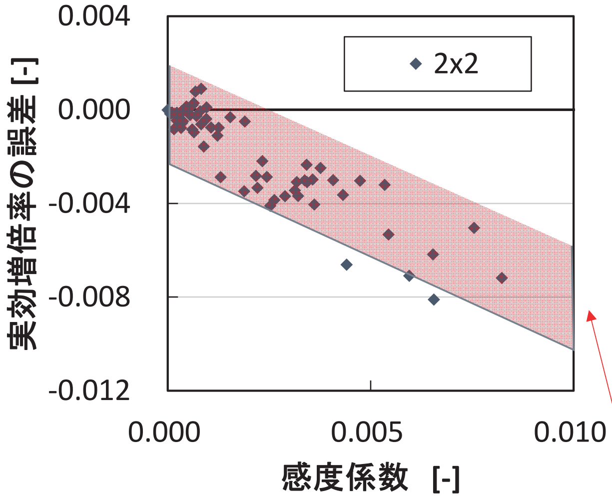
$k_a = k_{het}$

24

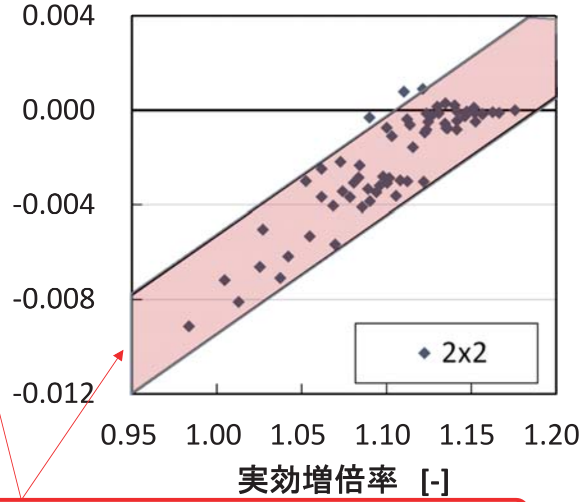
推定結果の考察(1/2)

不確かさ：±2σ

☐ パラメータ
：感度係数



☐ パラメータ
：実効増倍率(k_{hom})



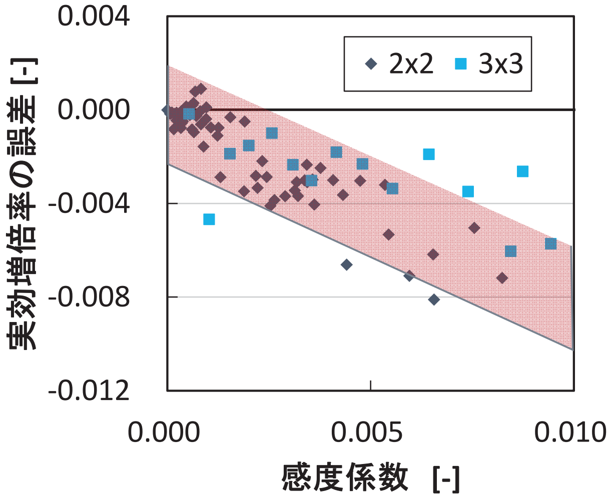
2x2集合体体系の結果から推定される相関関係

25

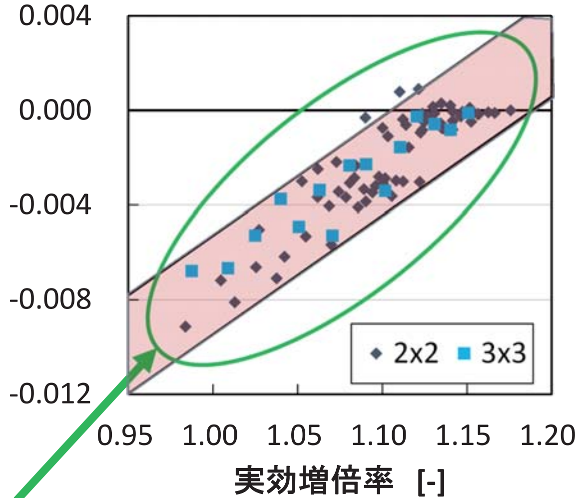
推定結果の考察(2/2)

不確かさ：±2σ

☐ パラメータ
：感度係数



☐ パラメータ
：実効増倍率(k_{hom})



2x2集合体体系の結果と同じような相関関係

26

相関結果　全てのパラメータ1

均質化定数	UOX-1	UOX-CR	UOX-BA	MOX-1	MOX-BA
nuSf_1	−0.20	−0.20	0.10	−0.19	−0.12
nuSf_2	−0.19	−0.19	0.11	−0.19	−0.12
nuSf_3	−0.18	−0.21	0.11	−0.17	−0.11
nuSf_4	−0.17	−0.21	0.11	−0.16	−0.10
nuSf_5	−0.17	−0.22	0.10	−0.16	−0.11
nuSf_6	−0.17	−0.22	0.09	−0.16	−0.10
nuSf_7	−0.17	−0.22	0.09	−0.15	−0.10
Sa_1	0.09	0.26	−0.17	0.05	0.01
Sa_2	0.12	0.25	−0.15	0.10	0.05
Sa_3	0.14	0.23	−0.14	0.12	0.06
Sa_4	0.15	0.22	−0.13	0.14	0.08
Sa_5	0.15	0.21	−0.12	0.14	0.08
Sa_6	0.15	0.21	−0.11	0.14	0.09
Sa_7	0.15	0.21	−0.11	0.14	0.09
Ss_1_2	−0.39	0.38	−0.42	−0.55	−0.48
Ss_1_3	−0.76	0.55	−0.58	−0.80	−0.72
Ss_2_3	−0.68	0.66	−0.33	−0.88	−0.74

相関結果　全てのパラメータ2

Ss_3_4	−0.23	−0.18	0.07	−0.34	−0.24
Ss_3_5	−0.24	−0.18	0.08	−0.23	−0.15
Ss_3_6	−0.25	−0.17	0.07	−0.22	−0.15
Ss_3_7	−0.25	−0.17	0.07	−0.23	−0.15
Ss_4_5	−0.35	−0.19	0.07	−0.18	−0.11
Ss_4_6	−0.42	−0.18	0.04	−0.17	−0.11
Ss_4_7	−0.45	−0.17	0.05	−0.18	−0.11
Ss_5_4	0.36	0.19	−0.05	0.17	0.11
Ss_5_6	−0.63	−0.16	0.00	−0.19	−0.15
Ss_5_7	−0.59	−0.16	0.03	−0.23	−0.18
Ss_6_5	0.63	0.16	0.00	0.19	0.15
Ss_6_7	−0.54	−0.17	0.05	−0.48	−0.24
Ss_7_5	0.59	0.16	−0.03	0.23	0.18
Ss_7_6	0.54	0.17	−0.05	0.48	0.24
St_1	−0.70	−0.70	−0.25	−0.89	−0.76
St_2	−0.72	−0.73	−0.25	−0.90	−0.77
St_3	−0.78	−0.81	−0.34	−0.91	−0.78
St_4	−0.79	−0.69	−0.37	−0.85	−0.68
St_5	−0.76	−0.21	−0.57	0.01	0.13
St_6	−0.73	−0.20	−0.56	−0.05	0.09
St_7	−0.72	−0.20	−0.56	−0.09	0.06

最小分散法

- 推定値と非均質輸送計算k_{het}の平均値が一致

$$\langle k_a \rangle = \langle k_{het} \rangle$$

- 推定値の分散が最小

$$\frac{\partial {\sigma_a}^2}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \langle (k_a - k_{het})^2 \rangle = 0$$

$$\Rightarrow k_a = k_{hom} - \bar{\varepsilon} + \rho \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_P} (P - \bar{P})$$

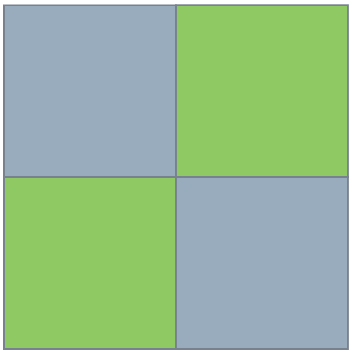
P :パラメータ
ε :計算誤差
($\varepsilon = k_{hom} - k_{het}$)

$\langle \ \rangle$ は期待値
$\bar{\varepsilon}, \bar{P}$ はε, Pの平均値
$\sigma_\varepsilon, \sigma_P$ はε, Pの標準偏差
ρ はεとPの相関係数

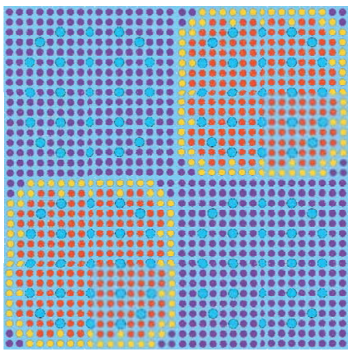
29

背景　計算手法

- 均質拡散計算
  - 空間均質化、拡散近似
  - 軽水炉解析で一般的



- 非均質輸送計算(詳細な計算)
  - 空間均質化・拡散近似なし
    →精度が高い
  - 詳細な解析に使用
  - 高い計算コスト



30

中性子漏れ量

- $-\nabla D \nabla \phi + \Sigma_{t,g}\phi_g = \sum_{g'} \Sigma_{s,0,g' \to g}\phi_{g'} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu\Sigma_{f,g'}\phi_{g'}$
- $L_g = -\Sigma_{t,g}\phi_g + \sum_{g'} \Sigma_{s,0,g' \to g}\phi_{g'} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu\Sigma_{f,g'}\phi_{g'}$

31

KUCA におけるビスマスを用いた置換反応度の数値実験

Numerical Experiments on Sample Reactivity with Bi plates at KUCA

京大院エネ科[1]　○藤本　敦士[1]　　卞　哲浩[2]　　三澤　毅[2]
京大炉[2]　　Atsushi FUJIMOTO　Cheol Ho PYEON　Tsuyoshi MISAWA

京都大学臨界集合体実験装置における鉛および鉛ビスマスの置換反応度の実験値からビスマスの置換反応度を推定し、複数の核データライブラリを用いた MCNP6.1 による計算値と比較した。さらに、SAGEP を用いた感度解析、MARBLE コードシステムの炉定数調整ソルバーUNCERTAINTY を用いた不確かさ解析および炉定数調整を通じて、ビスマスの断面積に起因する置換反応度の不確かさおよび不確かさ低減効果の定量評価を行った。

キーワード：ビスマス、置換反応度、MCNP6.1、SAGEP、MARBLE、不確かさ解析、炉定数調整、KUCA

1．緒言

JAEA が提案する ADS 炉心における冷却材ボイド反応度の解析値に約 9.4 %の不確かさがあることが明らかとなっており、不確かさに大きく影響を及ぼす核種として、鉛およびビスマスが挙げられる[1]。そこで、鉛同位体の断面積の検証をする観点から、KUCA-A 架台において鉛の置換反応度実験を実施し、連続エネルギーモンテカルロコード MCNP6.1 による計算との比較を行った[2]。本研究ではビスマスの断面積に着目し、鉛および鉛ビスマスの置換反応度の実験値から推定したビスマスの置換反応度と、複数のライブラリを用いた MCNP6.1 による計算値との比較を行った。さらに、SAGEP および JAEA で整備されている MARBLE コードシステムの炉定数調整ソルバーUNCERTAINTY を用いて、置換反応度に対するビスマスの核データに起因する不確かさと、数値実験による核データに起因する不確かさ低減効果を炉定数調整法に基づいて評価した。

2．ビスマス反応度の数値実験および解析手法

KUCA-A 架台における基準炉心（図 1）の炉心中央に装荷した燃料体 f について、燃料体 1 体当たり 40 枚のアルミニウム板をビスマス板に置換したときの反応度変化を測定する実験を想定した。反応度がビスマスの個数密度に比例すると仮定し、過去に測定した鉛および鉛ビスマスの余剰反応度の実験値から、ビスマスを装荷した炉心の余剰反応度を直線外挿によって図 2 のように推定した。推定した余剰反応度と置換前の炉心の余剰反応度（0.092 %Δk/k）からビスマスの置換反応度を推定し、4 つのライブラリ（JENDL-4.0、JENDL-3.3、ENDF/B-VII..0 および JEFF-3.1）を用いた MCNP6.1 による計算値の比較を行った。不確かさ解析および炉定数調整には MARBLE コードシステムの UNCERTAINTY を使用し、ビスマスの共分散データは JENDL-4.0 に収録されているもの（非弾性散乱反応のみ）を NJOY で 107 群に処理したものを使用した。

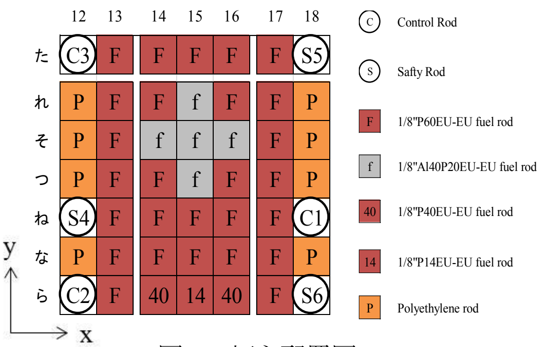


図 1　炉心配置図

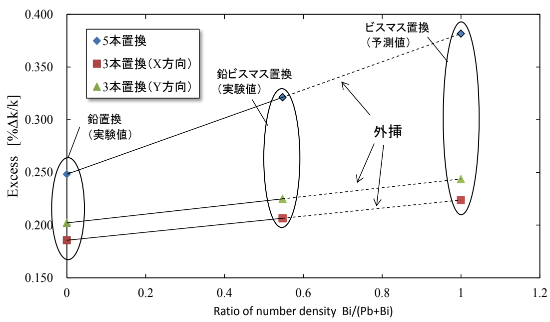


図 2　ビスマスを装荷した炉心の
余剰反応度の推定

3．結果

推定した置換反応度と 4 つのライブラリを用いた MCNP6.1 による計算値との比較を表 1 に示す。MCNP6.1 による計算は 4 つのライブラリ全てで数値実験の結果を過小評価した。鉛の置換反応度は JENDL-3.3 を除いて良く一致しているため[2]、これらの不一致はビスマスの断面積による影響と思われる。発表では不確かさ解析および炉定数調整法に基づく不確かさ低減効果についても述べる。

表 1　ビスマスの置換反応度の計算と
数値実験の比較 (C/E 値)

Experiment [pcm]	C/E value			
	JENDL-3.3	JENDL-4.0	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1
132 ± 8	0.89±0.07	0.77±0.06	0.74±0.06	0.81±0.07
152 ± 7	0.90±0.06	0.79±0.05	0.69±0.05	0.70±0.06
290 ± 7	0.63±0.03	0.60±0.02	0.57±0.05	0.61±0.02

[1] H. Iwamoto *et al.*, *J.Nucl.Sci.Technol.*, **50**, 856 (2011).

[2] 藤本敦士、ほか、日本原子力学会「2015 年秋の大会」、A.60

第4回炉物理専門研究会
2015年12月2日

KUCAにおけるビスマスを用いた 置換反応度の数値実験

京都大学エネルギー科学研究科　○藤本　敦士
京都大学原子炉実験所　卞　哲浩
三澤　毅

謝辞
本研究は文部科学省『原子力システム研究開発事業』の
『加速器駆動未臨界システムによる核変換サイクルの工学的課題解決に向けた研究開発』
の一環として行われています

背景と目的

- 加速器駆動システム（ADS）の冷却材および核破砕ターゲットに鉛ビスマス
  - ✓冷却材ボイド反応度に約9.4 %の核データに起因する不確かさ
    (H.Iwamoto, *et al*, JNST, **50**, 856 (2013))

➡ 主に鉛とビスマスの共分散データに起因

- 鉛とビスマスに関するこれまでの研究
  - ✓ KUCA-A架台における鉛および鉛ビスマスを用いた置換反応度実験（2013年11月）

⬇

  - ✓実験とMCNP6.1による計算の比較
    （ Pyeon CH *et al*, JNST (2016)[in print], 2015年春の大会）
  - ✓感度解析を用いた解析値のライブラリ間差異の要因の検討（2015年秋の大会）
  - ✓鉛同位体に起因する置換反応度の不確かさ解析（2015年秋の大会）

- 本研究の目的
  - ✓ ビスマスを用いた置換反応度の数値実験
  - ✓鉛およびビスマスの置換反応度実験による核データ起因不確かさの低減効果の評価

鉛・鉛ビスマスを用いた置換反応度実験

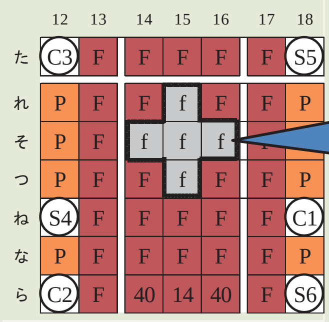
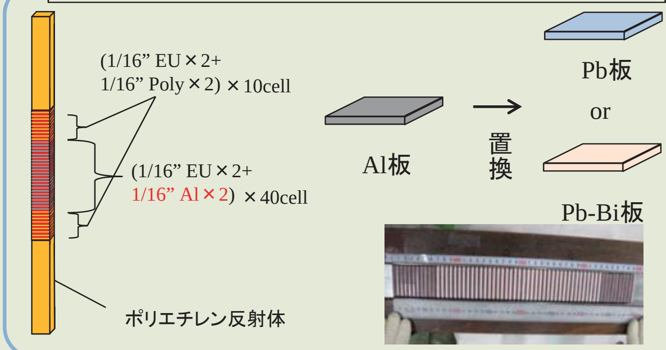


図　炉心配置図

Al板をPbまたはPb-Bi板に置換したときの反応度を測定



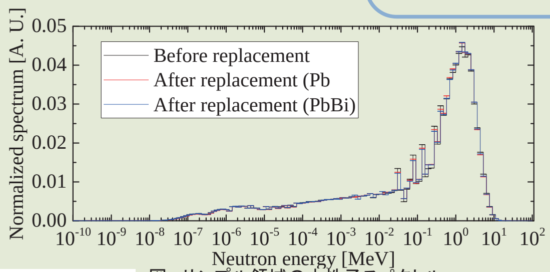


図　サンプル領域の中性子スペクトル

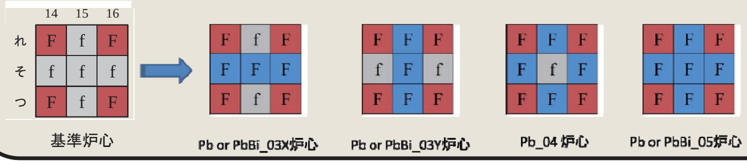
測定方法

①置換前と置換後において臨界点（臨界となる制御棒位置）を取得

②落下法で測定した制御棒価値と、ペリオド法による制御棒価値曲線から余剰反応度を計算

③置換前と置換後の余剰反応度の差を求め、置換反応度を計算

置換パターン



- Pbは3~5本の4ケース
- Pb-Biは4本置換を除く3ケース

実験と計算の比較

MCNPによる評価方法

$$\Delta\rho^{Cal-MCNP}_{Al->Pb\,or\,PbBi} = \underbrace{\left(\frac{1}{k^{Cal,Pb\,or\,PbBi}_{\text{臨界}}} - \frac{1}{k^{Cal,Pb\,or\,PbBi}_{\text{全引抜}}}\right)}_{\text{置換後の炉心の余剰反応度}} - \underbrace{\left(\frac{1}{k^{Cal,Al}_{\text{臨界}}} - \frac{1}{k^{Cal,Al}_{\text{全引抜}}}\right)}_{\text{置換前の炉心の〃}}$$

Core	Experiment [pcm]	C/E値			
		JENDL-3.3	JENDL-4.0	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1
Pb_03X	94 ± 7	0.91 ± 0.11	0.93 ± 0.11	0.88 ± 0.10	0.99 ± 0.11
Pb_03Y	110± 6	0.95 ± 0.09	0.85 ± 0.09	1.01 ± 0.09	1.08 ± 0.09
Pb_04	145± 6	1.01 ± 0.07	0.97 ± 0.07	1.06 ± 0.07	1.02 ± 0.07
Pb_05	156± 7	1.03 ± 0.07	0.94 ± 0.06	1.02 ± 0.07	1.04 ± 0.07

計算コード：MCNP6.1

総ヒストリ数：
5×10^{8} ヒストリ

統計誤差：4 pcm

Core	Experiment [pcm]	C/E値			
		JENDL-3.3	JENDL-4.0	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1
PbBi_03X	114± 8	1.03 ± 0.07	1.02 ± 0.07	1.08 ± 0.06	0.97 ± 0.07
PbBi_03Y	133± 6	0.94 ± 0.05	1.00 ± 0.06	1.05 ± 0.05	1.05 ± 0.05
PbBi_05	229± 7	0.99 ± 0.03	1.09 ± 0.03	1.02 ± 0.03	1.00 ± 0.03

➢ 鉛置換、鉛ビスマス置換ともに実験と計算は良く一致

実験と計算の比較

制御棒全引抜時における実効増倍率による評価

$$\Delta\rho^{Cal}_{Al->Pb\,or\,PbBi}=\frac{1}{k^{Cal,Al}_{全引抜}}-\frac{1}{k^{Cal,Pb\,or\,PbBi}_{全引抜}}$$

Core	Experiment [pcm]	C/E値			
		JENDL-3.3	JENDL-4.0	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1
Pb_03X	94 ± 7	1.63 ± 0.13	1.13 ± 0.10	0.79 ± 0.08	0.89 ± 0.09
Pb_03Y	110± 6	1.53 ± 0.10	1.07 ± 0.08	0.85 ± 0.07	0.97 ± 0.07
Pb_04	145± 6	1.65 ± 0.08	1.12 ± 0.06	0.94 ± 0.05	1.00 ± 0.05
Pb_05	156± 7	1.76 ± 0.08	1.13 ± 0.06	0.94 ± 0.05	0.98 ± 0.05

計算コード：MCNP6.1

総ヒストリ数：
5×10^{8} ヒストリ

統計誤差：4 pcm

Core	Experiment [pcm]	Calculation [pcm]			
		JENDL-3.3	JENDL-4.0	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1
PbBi_03X	114± 8	17 ± 6	37 ± 6	-4 ± 6	10 ± 6
PbBi_03Y	133± 6	16 ± 6	54 ± 6	1 ± 6	34 ± 6
PbBi_05	229± 7	21 ± 6	73 ± 6	-2 ± 6	13 ± 6

- ➢ 鉛置換はJENDL-3.3を除いて実験と比較的良く一致
- ➢ 鉛ビスマス置換は全てのライブラリで大きく過小評価

臨界バイアスの差異がもたらす反応度(Pb)

MCNPによる評価方法

$$\Delta\rho^{Cal}_{Al->Pb\,or\,PbBi}=\left(\underbrace{\frac{1}{k^{Cal,Pb\,or\,PbBi}_{臨界}}}_{①}-\underbrace{\frac{1}{k^{Cal,Pb\,or\,PbBi}_{全引抜}}}_{②}\right)-\left(\underbrace{\frac{1}{k^{Cal,Al}_{臨界}}}_{③}-\underbrace{\frac{1}{k^{Cal,Al}_{全引抜}}}_{④}\right)$$

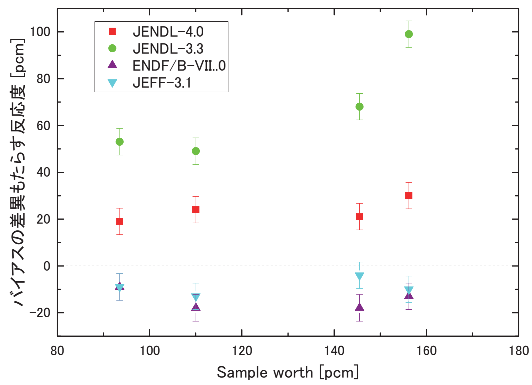
$$=\left(\underbrace{\frac{1}{k^{Cal,Al}_{全引抜}}}_{④}-\underbrace{\frac{1}{k^{Cal,Pb\,or\,PbBi}_{全引抜}}}_{②}\right)-\left[\left(\underbrace{1-\frac{1}{k^{Cal,Pb\,or\,PbBi}_{臨界}}}_{①}\right)-\left(\underbrace{1-\frac{1}{k^{Cal,Al}_{臨界}}}_{③}\right)\right]$$

臨界バイアスの差異がもたらす反応度

- ➢ 上の評価方法では臨界バイアスの差異がもたらす反応度(第2項)が考慮される

⬇

- 第1項でも同様のバイアスが生じているため、それが差し引かれることで計算が実験と一致
- バイアスが置換本数に比例して大きくなるJENDL-3.3は鉛に起因するバイアスと考えられる



臨界バイアスの差異がもたらす反応度(Pb-Bi)

臨界バイアスの差を考慮

$$\Delta\rho^{Cal}_{Al->PborPb-Bi} = \left(\frac{1}{k^{Cal,After}_{臨界}} - \frac{1}{k^{Cal,After}_{全引抜}}\right) - \left(\frac{1}{k^{Cal,Before}_{臨界}} - \frac{1}{k^{Cal,Before}_{全引抜}}\right) = \left(\frac{1}{k^{Cal,Before}_{全引抜}} - \frac{1}{k^{Cal,After}_{全引抜}}\right) - \boxed{\left[\left(1-\frac{1}{k^{Cal,After}_{臨界}}\right) - \left(1-\frac{1}{k^{Cal,Before}_{臨界}}\right)\right]}$$

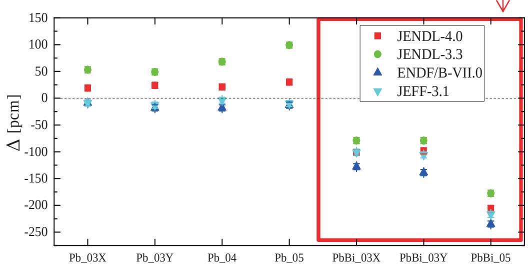
Experiment [pcm]	C/E値			
	JENDL-3.3	JENDL-4.0	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1
114	1.03± 0.07	1.02 ± 0.07	1.08 ± 0.06	0.97 ± 0.07
133	0.94 ± 0.05	1.00 ± 0.06	1.05 ± 0.05	1.05 ± 0.05
229	0.99 ± 0.03	1.09 ± 0.03	1.02 ± 0.03	1.00 ± 0.03

実験の解析は約10%以内で一致

制御棒全引抜時における実効増倍率による評価

$$\Delta\rho^{Cal-det}_{Al->PborPb-Bi} = \frac{1}{k^{Cal,Before}_{全引抜}} - \frac{1}{k^{Cal,After}_{全引抜}}$$

Experiment [pcm]	Calculation [pcm]			
	JENDL-3.3	JENDL-4.0	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1
114	17 ± 6	37 ± 6	-4 ± 6	10 ± 6
133	16 ± 6	54 ± 6	1 ± 6	34 ± 6
229	21 ± 6	73 ± 6	-2 ± 6	13 ± 6



大きな負の反応度

ビスマスを用いた置換反応度の数値実験

◆ビスマスを装荷(置換後)した炉心の余剰反応度と臨界点を推定

① ビスマスの数密度比に依存して余剰反応度が線形的に増加すると仮定し、鉛および鉛ビスマスを装荷した炉心の余剰反応度の実験値から外挿によってビスマスを装荷した炉心の余剰反応度を推定

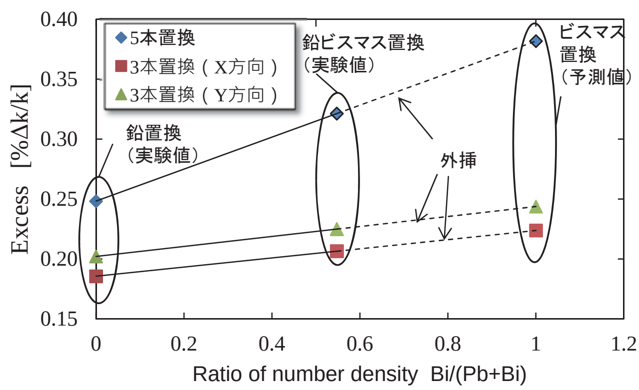


表 余剰反応度 (単位: pcm) の推定

	置換パターン			
	03X	03Y	04	05
Pb	185.6	202.1	237.6	248.3
PbBi	206.5	224.9	-	321.3
Bi	223.8	243.8	-	381.7

② ①で推定した余剰反応度と、基準炉心の余剰反応度の実験値(約92.1 pcm)の差を取り、ビスマスを用いた置換反応度を推定

③ ①で推定した余剰反応度と一致するよう、置換前の炉心の制御棒C2の制御棒校正曲線から臨界点を推定

推定した実験値と計算値の比較

$$\Delta\rho^{Cal-MCNP}_{Al->Bi} = \left(\frac{1}{k^{Cal,Bi}_{臨界}} - \frac{1}{k^{Cal,Bi}_{全引抜}}\right) - \left(\frac{1}{k^{Cal,Al}_{臨界}} - \frac{1}{k^{Cal,Al}_{全引抜}}\right)$$

Core	Experiment [pcm]	C/E value			
		JENDL-3.3	JENDL-4.0	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1
Bi_03X	132 ± 9	0.95±0.07	0.98±0.07	0.98±0.07	1.02±0.07
Bi_03Y	152 ± 8	1.01±0.06	1.02±0.06	1.00±0.06	1.03±0.06
Bi_05	290 ± 7	0.96±0.04	0.95±0.04	1.01±0.04	1.02±0.04

➢ 全てのライブラリ、置換ケースで実験と計算は良く一致

$$\Delta\rho^{Cal}_{Al->Bi} = \frac{1}{k^{Cal,Al}_{全引抜}} - \frac{1}{k^{Cal,Bi}_{全引抜}}$$

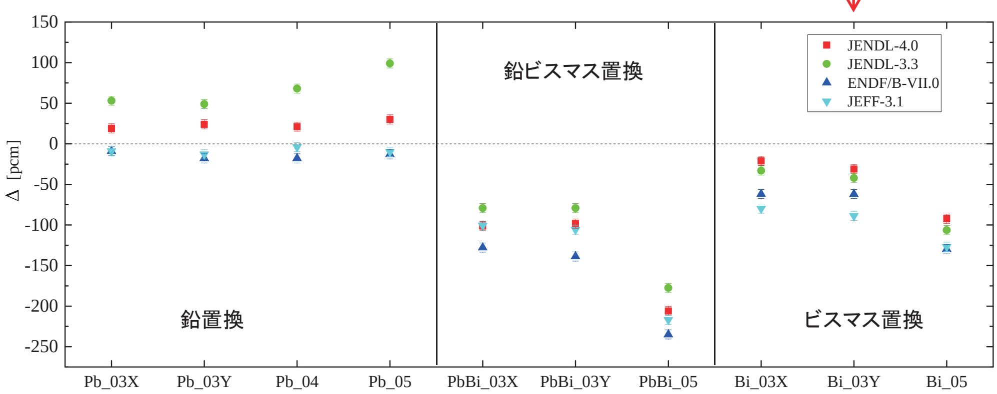
Core	Experiment [pcm]	C/E value			
		JENDL-3.3	JENDL-4.0	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1
Bi_03X	132 ± 9	0.89±0.07	0.77±0.06	0.74±0.06	0.81±0.07
Bi_03Y	152 ± 8	0.90±0.06	0.79±0.05	0.69±0.05	0.70±0.06
Bi_05	290 ± 7	0.63±0.03	0.60±0.02	0.57±0.02	0.61±0.02

➢ 全てのライブラリで過小評価

臨界バイアスの差異の比較

◆実験値の推定、計算値の結果

$$\Delta\rho^{Cal}_{Al->Pb\,or\,PbBi\,or\,Bi} = \left(\frac{1}{k^{Cal,After}_{臨界}} - \frac{1}{k^{Cal,After}_{全引抜}}\right) - \left(\frac{1}{k^{Cal,Before}_{臨界}} - \frac{1}{k^{Cal,Before}_{全引抜}}\right) = \left(\frac{1}{k^{Cal,Before}_{全引抜}} - \frac{1}{k^{Cal,After}_{全引抜}}\right) - \boxed{\left[\left(1 - \frac{1}{k^{Cal,After}_{臨界}}\right) - \left(1 - \frac{1}{k^{Cal,Before}_{臨界}}\right)\right]}$$



➢ ビスマス置換で置換本数に比例するバイアス

➢ 鉛ビスマス置換でビスマス置換より大きなバイアス

➡ 鉛ビスマスで見られる大きな負のバイアスはビスマス以外によるもの

不確かさ解析と炉定数調整

◆解析条件

- ✓ セル計算：SRAC/PIJ
- ✓ 臨界計算：CITATION
- ✓ 感度計算：SAGEP
- ✓ 不確かさ解析、炉定数調整: UNCERTAINTY
  （炉心解析システムMARBLE）

✓ 不確かさ: $\nu_{\sigma_n} = \mathbf{G}_{\sigma_n}\mathbf{M}_{\sigma_n\sigma_n}\mathbf{G}_{\sigma_n}{}^{\mathrm{T}}$

M：断面積共分散行列

G：置換反応度の感度係数行列

✓ 低減後の不確かさ：

$$\mathrm{G_{tar}M'G_{tar}}^{\mathrm{T}} = \mathrm{G_{tar}MG_{tar}}^{\mathrm{T}} - \mathrm{G_{tar}MG^{T}(GMG^{T}+V)^{-1}GMG_{tar}}^{\mathrm{T}}$$

G：実験体系の感度係数行列

M：断面積共分散行列

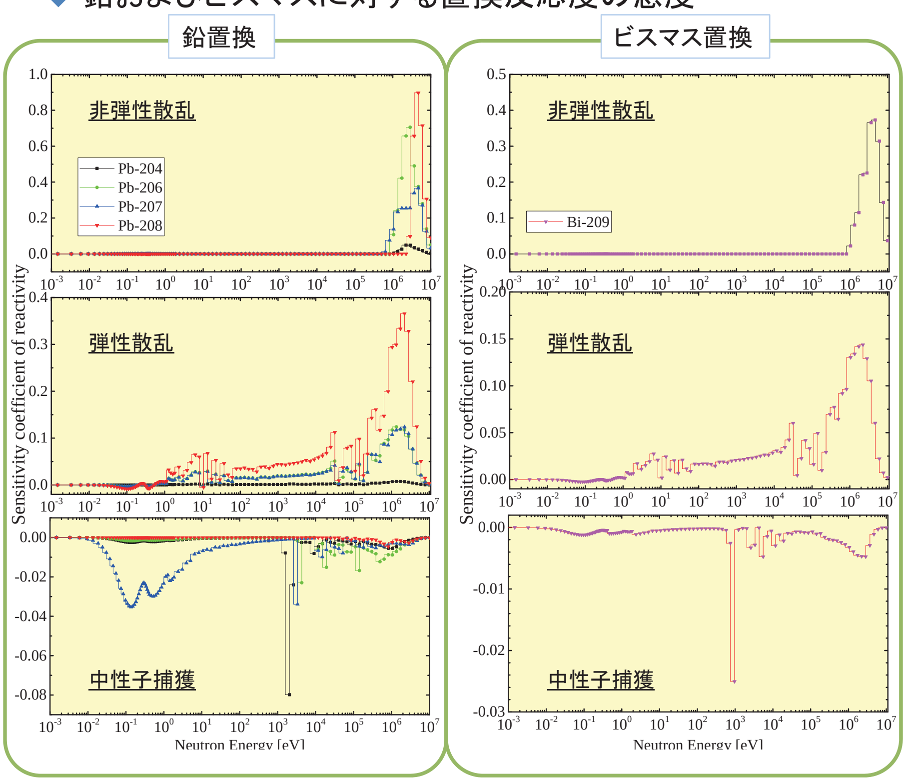
$\mathrm{G_{tar}}$ ：評価対象体系の感度係数行列

V：実験と解析の不確かさ

- ✓ 使用したライブラリ：JENDL-4.0
- ✓ エネルギー群数: 107群
- ✓ 解析対象: 鉛およびビスマス置換、それぞれ置換する燃料体が5本のケース

感度の解析結果

◆ 鉛およびビスマスに対する置換反応度の感度



$S_\rho = (d\rho/\rho)/(d\sigma/\sigma)$.

✓反応別では非弾性散乱の感度が最も大きく、次いで弾性散乱の感度が大きい

✓非弾性散乱と弾性散乱は高速エネルギー帯で大きな感度

✓中性子捕獲は共鳴領域で大きな感度

不確かさ解析

◆核データ(JENDL-4.0)の共分散データに起因する不確かさ

不確かさ: $v_{\sigma_n} = \mathbf{G}_{\sigma_n} \mathbf{M}_{\sigma_n\sigma_n} \mathbf{G}_{\sigma_n}{}^{\mathrm{T}}$

G :置換反応度の感度ベクトル
M :共分散行列

共分散に起因する不確かさ [pcm]

	σ_{cap}	σ_{ela}	σ_{inl}	σ_{fis}	σ_{n2n}	total
Pb_05 (実験値 : 156.2 ± 6.6 pcm)						
^{235}U	19.4	1.9	4.1	9.7	0.1	22.2
^{238}U	2.6	0.0	0.3	0.1	0	2.6
^{204}Pb	0.1	-0.4	1.6		0.0	1.7
^{206}Pb	-1.0	-4.9	20.0		-0.8	19.4
^{207}Pb	0.9	-2.6	9.0		1.5	8.8
^{208}Pb	-0.6	2.2	11.3		3.1	11.9
					total	***33.1***
Bi_05 (実験値 : 289.6 ± 6.6 pcm)						
^{235}U	19.4	1.9	4.1	9.7	0.1	22.2
^{238}U	2.6	0.0	0.3	0.1	0	2.6
^{209}Bi	-*	-	10.0		-	10.0
					total	***24.4***

* : 共分散データなし

- Al,H,CのデータはJENDL-4.0に収録されておらず
- ^{209}Biは非弾性散乱のみ収録
- 不確かさの大きさ
  ^{206}Pb>^{208}Pb、^{207}Pb、^{209}Bi(非弾性散乱のみ)>^{204}Pb

不確かさは主に非弾性散乱に起因

炉定数調整

✓ 低減後の不確かさ

$$\mathrm{G_{tar}M'G_{tar}{}^{T} = G_{tar}MG_{tar}{}^{T} - G_{tar}MG^{T}(GMG^{T}+V)^{-1}GMG_{tar}{}^{T}}$$

G : 実験体系の感度係数行列　　M : 断面積共分散行列

$\mathrm{G_{tar}}$: 評価対象体系の感度係数行列　　V : 実験と解析の不確かさ

低減後の不確かさ [pcm]

	σ_{cap}	σ_{ela}	σ_{inl}	σ_{fis}	σ_{n2n}	total		
Pb_05 (実験値 : 156.2 ± 6.6 pcm)								
^{235}U	4.3	0.4	0.9	2.1	0.1	22.2	→	4.9
^{238}U	0.6	0.0	0.1	0.0	0.0	2.6	→	0.6
^{204}Pb	0.0	-0.1	0.4		0.0	1.7	→	0.4
^{206}Pb	-0.2	-1.1	4.4		-0.2	19.4	→	4.5
^{207}Pb	0.2	-0.6	2.0		0.3	8.8	→	2.1
^{208}Pb	-0.1	0.5	2.5		0.7	11.9	→	2.6
					total	***33.1***	→	***7.5***
Bi_05 (実験値 : 289.6 ± 6.6 pcm)								
^{235}U	3.0	0.3	0.7	1.6	0.0	22.2	→	3.5
^{238}U	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0	2.6	→	0.4
^{209}Bi	-*	-	1.6		-	10.0	→	1.6
					total	***24.4***	→	***3.9***

* : 共分散データなし

✓ 解析起因不確かさを0と仮定

✓ ウラン同位体を含めて大きな不確かさ低減効果

① $\mathrm{G=G_{tar}}$
② 核データ起因不確かさ>>実験不確かさ

✓ ビスマス置換で低減後の不確かさが実験不確かさを下回る

$$\frac{\text{核データ起因不確かさ}}{\text{解析値}} > \frac{\text{実験不確かさ}}{\text{実験値}}$$

となるように調整されるため

まとめ

◆ビスマスを用いた置換反応度の数値実験を実施
- ✓数値実験と計算は一致せず
- ✓置換本数に比例したバイアスが見られる

◆共分散による置換反応度の不確かさ解析および炉定数調整による不確かさ低減効果を評価
- ✓鉛およびビスマスのうち、核データに起因する不確かさが大きいのは^{206}Pb 、次いで^{208}Pb、^{207}Pb、^{209}Bi
- ✓不確かさは主に非弾性散乱に起因
- ✓核データ起因不確かさが実験不確かさと比較して大きいため、大きな不確かさ低減効果

◆今後の課題
- ✓ビスマスの断面積を変化させて置換反応度を解析
- ✓解析起因不確かさの検討

解析結果｜不確かさ解析

◆核データの共分散に起因する不確かさ

不確かさ: $\nu = \mathbf{G}_{\mathbf{tar}}\mathbf{M}\left(\mathbf{G}_{\mathbf{tar}}\right)^{t}$

G ：置換反応度の感度ベクトル
M ：共分散行列

共分散に起因する不確かさ [pcm]

	σ_{cap}	σ_{ela}	σ_{inl}	σ_{fis}	total
Pb_05 (実験値: 156 pcm)					
^{235}U	13.6	1.7	4.1	54.4	56.2
^{238}U	1.6	0.1	0.3	0.1	1.6
^{204}Pb	0.0	-0.3	1.7		1.7
^{206}Pb	-1.0	-4.9	20.1		20.7
^{207}Pb	0.8	-2.6	9.1		9.5
^{208}Pb	-0.6	2.2	11.3		11.5
				total	***61.8***
PbBi_05 (実験値: 229 pcm)					
^{235}U	13.9	1.8	4.2	55.9	57.8
^{238}U	1.6	0.1	0.3	0.1	1.6
^{204}Pb	0.1	-0.1	0.6		0.6
^{206}Pb	-0.4	-1.9	7.3		7.6
^{207}Pb	0.3	-1.0	3.3		3.5
^{208}Pb	-0.2	1.1	4.2		4.3
^{209}Bi	-*	-	6.5		6.5
				total	***58.9***

＊: 共分散データなし

- ➢ Al,H,CのデータはJENDL-4.0に収録されておらず
- ➢ ^{235}Uによる不確かさが最も大きい（核分裂断面積に起因）
- ➢ Pb,Biの中では、^{206}Pb、^{209}Biに起因する不確かさが比較的大きい次いで^{207}Pb、^{208}Pbが大きい
- ➢ Pb,Biに起因する不確かさは主に非弾性散乱断面積によるもの

解析結果｜炉定数調整

◆炉定数調整による不確かさの低減効果

低減後の不確かさ [pcm]

	σ_{cap}	σ_{ela}	σ_{inl}	σ_{fis}	低減前		total
Pb_05 (実験値 : 156 pcm)							
^{235}U	1.7	0.2	0.5	6.6	56.2	→	6.8
^{238}U	0.2	0.0	0.0	0.0	1.6	→	0.2
^{204}Pb	0.0	0.0	0.2		1.7	→	0.2
^{206}Pb	-0.1	-0.6	2.5		20.7	→	2.6
^{207}Pb	0.1	-0.3	1.1		9.5	→	1.1
^{208}Pb	-0.1	0.3	1.4		11.5	→	1.4
				total	***61.8***	→	***7.5***
PbBi_05 (実験値 : 229 pcm)							
^{235}U	0.1	0.0	0.0	0.5	57.8	→	0.5
^{238}U	0.0	0.0	0.0	0.0	1.6	→	0.0
^{204}Pb	0.0	0.0	0.0		0.6	→	0.0
^{206}Pb	0.0	0.0	0.0		7.6	→	0.0
^{207}Pb	0.0	0.0	0.0		3.5	→	0.0
^{208}Pb	0.0	0.0	0.0		4.3	→	0.0
^{209}Bi	-*	-	0.1		6.5	→	0.1
				total	***58.9***	→	***0.5***

* : 共分散データなし

- ❑ ^{235}Uを含めて大きな低減効果
- ❑ PbBi置換がより大きな低減率

Core	低減率
Pb_05	87.9%
PbBi_05	99.1%

？

- ➢ 実験の内容、置換している個数はほぼ同じ
- ➢ 調整対象のパラメータはPbBiの方が多い

解析に起因する不確かさ ＝ 0
の仮定に問題？

解析結果｜不確かさ解析

◆ENDF/B-VII.1の共分散に起因する置換反応度の不確かさ

（JENDL-4.0で計算した感度を使用）

共分散に起因する不確かさ [pcm]

	σ_{cap}	σ_{ela}	σ_{inl}	σ_{fis}	total
Pb_05 (実験値 : 156 pcm)					
^{235}U	35.1	3.5	2.3	8.0	36.2
^{238}U	2.7	3.5	2.4	0.1	5.0
^{1}H	3.4	62.0	0.0		62.1
C-nat.	0.3	9.8	0.9		9.8
^{27}Al	16.1	152.7	35.0		157.5
^{204}Pb	1.1	0.3	0.8		1.4
^{206}Pb	0.7	0.9	11.7		11.8
^{207}Pb	2.1	3.1	9.1		9.8
^{208}Pb	0.4	4.2	9.2		10.1
				total	***174.4***
PbBi_05 (実験値 : 229 pcm)					
^{235}U	35.8	1.8	4.2	8.2	37.0
^{238}U	2.8	-0.3	0.6	0.1	2.9
^{1}H	1.0	4.7	0.0		4.8
C-nat.	0.3	3.1	3.0		4.3
^{27}Al	14.5	78.5	61.0		100.5
^{204}Pb	0.5	0.1	0.3		0.6
^{206}Pb	0.3	1.2	4.3		4.5
^{207}Pb	0.9	1.3	3.4		3.7
^{208}Pb	0.2	1.8	3.4		3.9
^{209}Bi	1.4	6.4	11.5		13.2
				total	***108.3***

- ❑ H、C、Alに起因する不確かさが大きい

JENDL-4.0でもこれらの核種による
不確かさが大きい可能性

断面積の調整にはH、C、Alの
共分散データが必要となる

解析結果｜不確かさ解析

◆JENDL-4.0の107群共分散による置換反応度の不確かさ

共分散に起因する不確かさ [pcm]

	σ_{cap}	σ_{ela}	σ_{inl}	σ_{fis}	σ_{n2n}	total
Pb_05 (実験値: 156 pcm)						
^{235}U	19.4	1.9	4.1	9.7	0.1	22.2
^{238}U	2.6	0.0	0.3	0.1	0	2.6
^{204}Pb	0.1	-0.4	1.6		0.0	1.7
^{206}Pb	-1.0	-4.9	20.0		-0.8	20.6
^{207}Pb	0.9	-2.6	9.0		1.5	9.5
^{208}Pb	-0.6	2.2	11.3		3.1	11.9
				total		***34.1***
PbBi_05 (実験値: 229 pcm)						
^{235}U	19.5	1.9	4.2	9.7	0.1	22.3
^{238}U	2.7	0.0	0.3	0.1	0	2.7
^{204}Pb	0.1	-0.1	0.6		0.0	0.6
^{206}Pb	-0.4	-1.8	7.3		-0.3	7.5
^{207}Pb	0.2	-1.0	3.3		0.5	3.5
^{208}Pb	-0.2	1.1	4.1		1.2	4.4
^{209}Bi	-*	-	6.5		-	6.5
				total		***25.2***

* : 共分散データなし

❑ 70群と比較して…

- ➢ Pb,Bi同位体の不確かさは大きく変わらず
- ➢ U-235の不確かさに大きな差異

$$\sum_{g=63}^{70} gm^{70} g \neq \sum_{g=63}^{107} gm^{107} g$$

解析結果｜炉定数調整

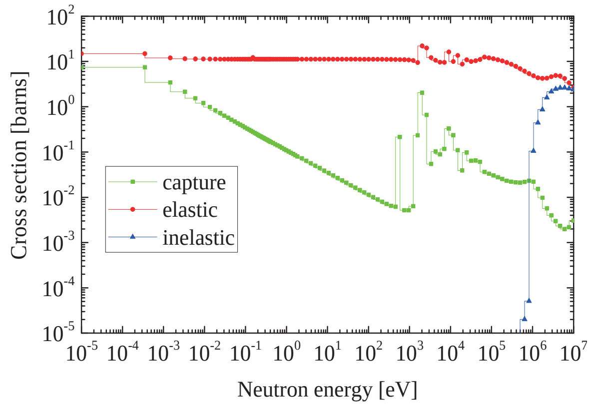
◆ADSの臨界性と鉛ボイド反応度の不確かさの低減効果（Pb_05 + PbBi_05）

低減前後の不確かさ [%]

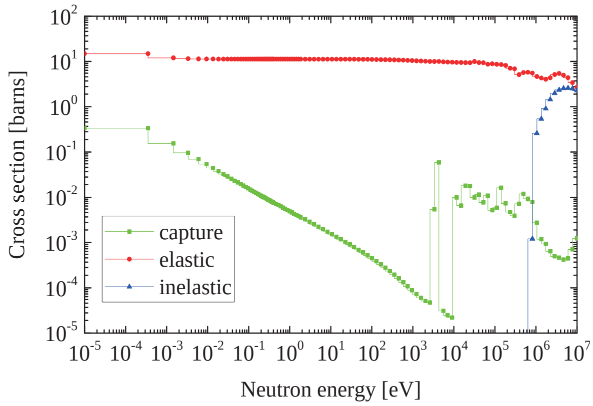
	σ_{cap}	σ_{ela}	σ_{inl}	σ_{fis}	total
実効増倍率					
^{235}U	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000
^{238}U	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000
^{204}Pb	0.008 → 0.008	0.003 → 0.003	0.018 → 0.017	→	0.020 → 0.019
^{206}Pb	0.018 → 0.017	0.038 → 0.035	0.224 → 0.202	→	0.228 → 0.206
^{207}Pb	0.008 → 0.008	0.021 → 0.019	0.107 → 0.098	→	0.109 → 0.100
^{208}Pb	0.006 → 0.005	0.020 → 0.022	0.039 → 0.025	→	0.044 → 0.034
^{209}Bi	-*	-*	0.151 → 0.155	→	0.151 → 0.155
				total	***1.041*** → ***1.036***
鉛ボイド反応度					
^{235}U	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000
^{238}U	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000	0.000 → 0.000
^{204}Pb	0.181 → 0.180	0.046 → 0.042	0.441 → 0.399	→	0.479 → 0.440
^{206}Pb	0.418 → 0.388	0.611 → 0.551	5.340 → 4.812	→	5.391 → 4.859
^{207}Pb	0.171 → 0.186	0.321 → 0.288	2.515 → 2.285	→	2.541 → 2.311
^{208}Pb	0.140 → 0.119	0.162 → 0.176	0.989 → 0.643	→	1.012 → 0.677
^{209}Bi	-*	-*	3.465 → 3.581	→	3.465 → 3.581
				total	***9.436*** → ***9.094***

* : 共分散データなし

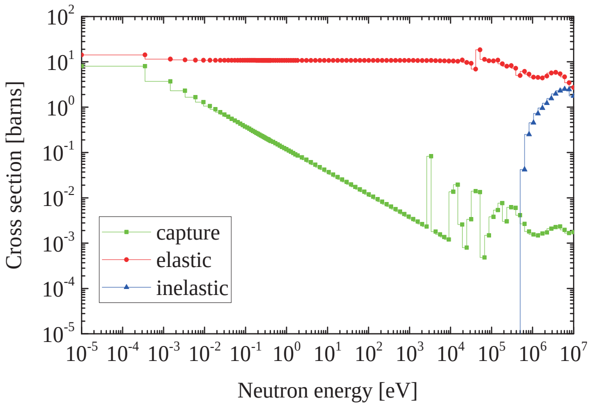
⇨ 主に鉛とビスマス同位体に起因する鉛ボイド反応度の不確かさには低減効果



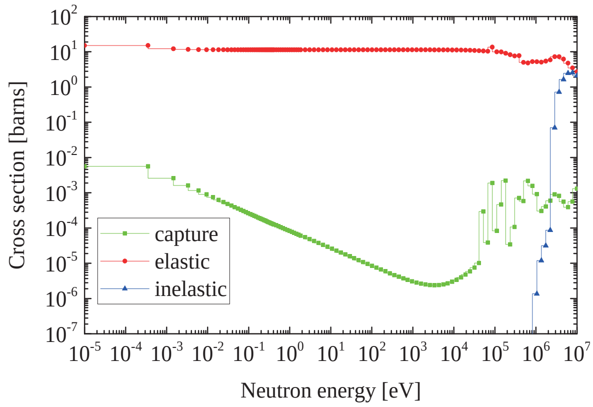
(a) Pb-204



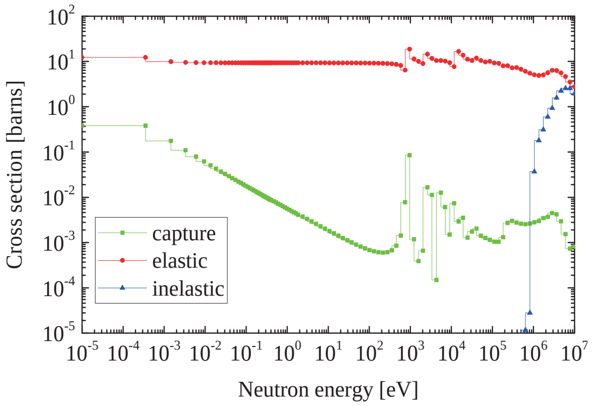
(b) Pb-206



(c) Pb-207



(d) Pb-208



(a) Bi-209

置換反応度の測定方法と結果

測定方法

①置換前と置換後において臨界点 (制御棒位置) を取得

②落下法で測定した制御棒価値と、ペリオド法による制御棒価値曲線から余剰反応度を計算

③置換前と置換後の余剰反応度の差を求め、置換反応度を計算

✓ 実験による反応度の評価方法 (実験値)

$$\Delta\rho^{Exp}_{Al\to Pb} = \rho^{Exp,Pb}_{Excess} - \rho^{Exp,Al}_{Excess} = \left(1-\frac{1}{k^{Exp,Pb}_{\text{全引抜}}}\right) - \left(1-\frac{1}{k^{Exp,Al}_{\text{全引抜}}}\right) = \frac{1}{k^{Exp,Al}_{\text{全引抜}}} - \frac{1}{k^{Exp,Pb}_{\text{全引抜}}}$$

測定結果

鉛

Core	Sample worth [pcm]
Pb_03X	93.5 ± 7.2
Pb_03Y	110.0 ± 6.5
Pb_04	145.5 ± 6.2
Pb_05	156.2 ± 6.6

鉛ビスマス

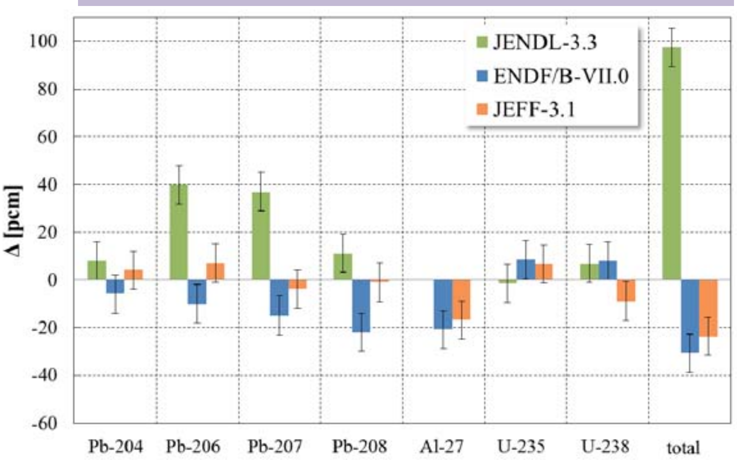
Core	Sample worth [pcm]
Pb-Bi_03X	114.4 ± 7.8
Pb-Bi_03Y	132.9 ± 6.4
Pb-Bi_04	—
Pb-Bi_05	229.2 ± 7.0

ライブラリ間の差異の要因 (Pb)

$$\Delta_{J40\text{-->}Lib,isotope} = \underbrace{\left(\frac{1}{k^{Cal,Al}_{\text{全引抜},J40,All}} - \frac{1}{k^{Cal,Pb}_{\text{全引抜},J40,All}}\right)}_{\text{すべてJENDL-4.0で計算した置換反応度}} - \underbrace{\left(\frac{1}{k^{Cal,Al}_{\text{全引抜},Lib.,isotope}} - \frac{1}{k^{Cal,Pb}_{\text{全引抜},Lib.,isotope}}\right)}_{\text{特定の核種のみライブラリを変更して計算した 置換反応度}}$$

JENDL-4.0 を基準に差異の要因となる核種を検討

Pb_05



- JENDL4.0から3.3への変更では

  Pb-206、207の寄与が大きい

- JENDL-4.0からENDF/B-VII.0への変更では

  Pb-208の寄与が大きい

- JENDL-4.0からJEFF-3.1への変更では

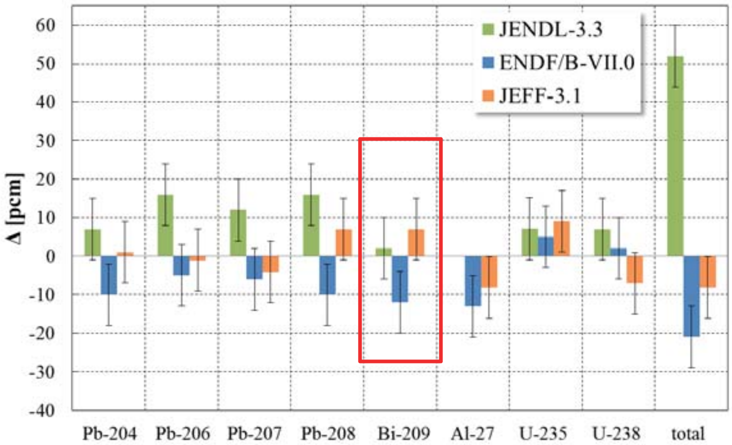
  核種別では誤差の範囲内だが、全体では差異

ライブラリ間の差異の要因 (Pb-Bi)

$$\Delta_{J40\text{-->}Lib,\,isotope} = \underbrace{\left(\frac{1}{k^{Cal,Al}_{\text{全引抜},J40,All}} - \frac{1}{k^{Cal,Pb\text{-}Bi}_{\text{全引抜},J40,All}}\right)}_{\text{すべてJENDL-4.0で計算した置換反応度}} - \underbrace{\left(\frac{1}{k^{Cal,Al}_{\text{全引抜},Lib.,isotope}} - \frac{1}{k^{Cal,Pb\text{-}Bi}_{\text{全引抜},Lib.,isotope}}\right)}_{\text{特定の核種のみライブラリを変更して計算した置換反応度}}$$

JENDL-4.0 を基準に差異の要因となる核種を検討

Pb-Bi_05

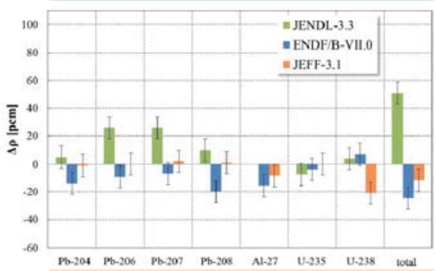


- 装荷量の減少により鉛同位体の影響が小
  ⇒組成は鉛45%、ビスマス55%
- 鉛同位体の差異は鉛のみに置換した場合と同様の傾向
- ビスマスの寄与：
  ENDF/B-VII.0とは有意な差
  他のライブラリとの比較では誤差の範囲内

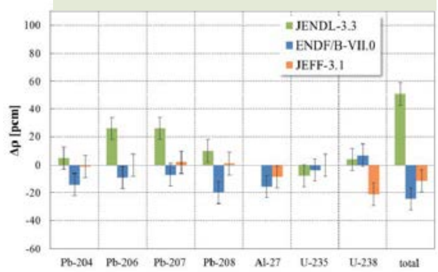
ライブラリ間における結果の差異の要因

$$\Delta_{J40\text{-->}Lib,\,isotope} = \underbrace{\left(\frac{1}{k^{Cal,Al}_{\text{全引抜},J40,All}} - \frac{1}{k^{Cal,Pb}_{\text{全引抜},J40,All}}\right)}_{\text{すべてJENDL-4.0で計算した置換反応度}} - \underbrace{\left(\frac{1}{k^{Cal,Al}_{\text{全引抜},Lib.,isotope}} - \frac{1}{k^{Cal,Pb}_{\text{全引抜},Lib.,isotope}}\right)}_{\text{特定の核種のみライブラリを変更して計算した置換反応度}}$$

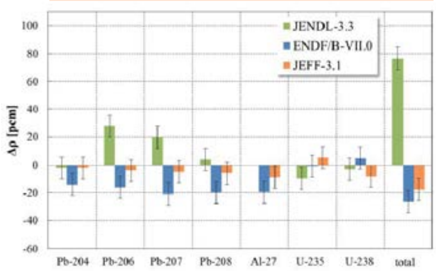
Pb_03X



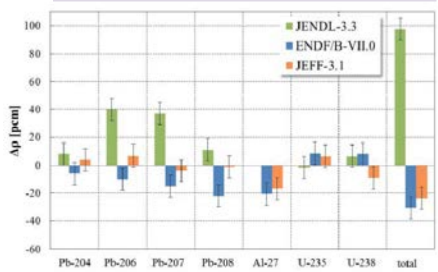
Pb_03Y



Pb_04

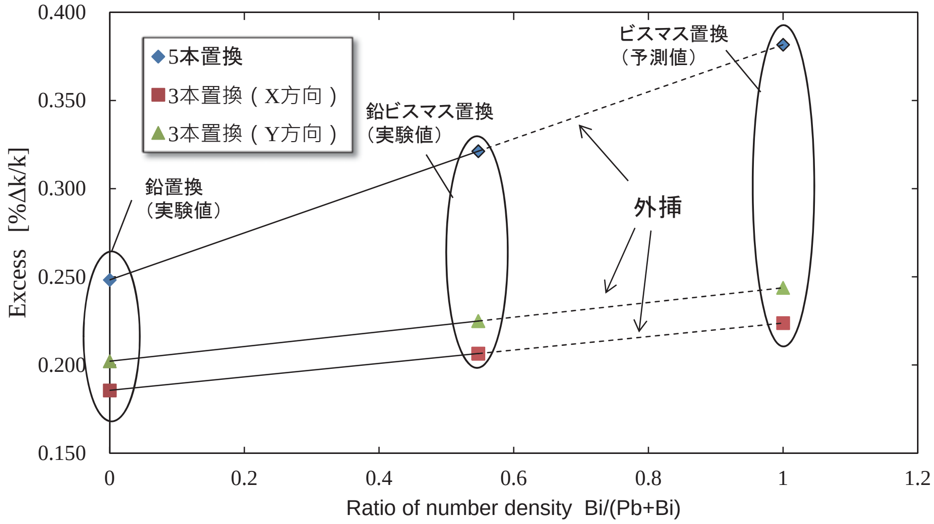


Pb_05



実験値の推定

◆過去の鉛および鉛ビスマスを装荷した炉心の余剰反応度からビスマスを装荷した炉心の余剰反応度を推定



	置換パターン			
	03X	03Y	04	05
Pb	93.5	110.0	145.5	156.2
PbBi	114.4	132.9	-	229.2
Bi	131.7	151.7	-	289.6

詳細 FP モデルによる未臨界体系へのパルス中性子照射

北海道大学　○松浦　健太　千葉　豪　　奈良林　直
Kenta MATSUURA　Go CHIBA　Tadashi NARABAYASHI

動特性解析手法の高度化を目的として、核分裂生成物を陽に取り扱った空間依存動特性解析手法の開発を行っている。今回は、本手法を用いて未臨界体系へ中性子をパルス状に照射した際の過渡応答を計算した。

キーワード：動特性解析、遅発中性子先行核

１．緒言　福島の事故以降、新規制基準の施行に伴い過酷事故対策が行われ、原子力発電所の安全性は高まってきている。その上で、更なる安全性の向上の為に解析の高度化を目的として、核分裂生成物（以下 FP）による遅発中性子生成のメカニズムを従来の遅発中性子先行核 6 群モデルより厳密に取り扱う解析モデル（以下 EFP モデル）の開発を行っている。今回は、メカニズムの詳細化による影響を確認するために未臨界体系へ中性子パルスを照射した時の過渡応答について EFP モデルを用いて解析した。

２．解析　本研究室で開発中の汎用炉物理計算コード CBZ に空間依存動特性解析モジュールを組み込み、それを用いて解析を行った。このモジュールでは空間依存性を考慮するために衝突確率法を用いており、散乱、時間依存項が等方性を持つという仮定を行っている。解析体系は PWR 燃料を想定したピンセル体系とし、遅発中性子生成の違いによる影響を見るため、各種フィードバックの考慮は行っていない。体系の増倍率をバックリングで調整し、未臨界体系に中性子をパルス状に照射した際の過渡応答を計算した。計算は、従来の遅発中性子先行核 6 群モデル、EFP モデルを用い、後者はチェーン効果を考慮したモデルと考慮しないモデルの合計 3 種の計算を行った。ここでのチェーン効果とは、時間経過で FP が崩壊することにより他の FP が生成される事による効果を指す。

３．結果・考察　図 1 に、0.1 秒に中性子パルスを加えた時の各計算モデルにおける出力推移を示す。同一の強度の中性子パルスを照射した為、即発成分は一致しているが、その後の挙動に差が生じている事がわかる。縦軸は対数軸となっているため、照射直後のグラフは直線状になる事が分かる。しかし 6 群モデルと比較し EFP モデルでは僅かに早い 0.106 秒地点から遅発中性子による成分が出ている事が伺える。これは、FP を陽に取り扱った結果非常に短い半減期の FP による影響が現れたものと考えられる。一方で、EFP モデルでは 6 群モデルと比較して中性子の放出が早いという傾向があるため、EFP モデルと 6 群モデルで最終的にこのようなグラフの傾きになったとも考えられる。この影響を考慮するために、今後は整合性のとれたデータを用いる必要があると考えられる。

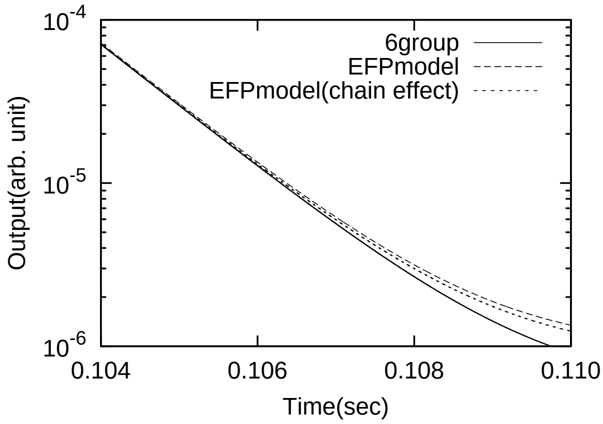


図 1 パルス中性子照射後の挙動変化

4. 結言　今回は、EFP モデルを用いて未臨界体系への中性子パルスの照射を行った場合の解析を行った。今後は、EFP モデルに用いる核データの調整、あるいは遅発中性子 6 群モデルのパラメータを調整し過渡応答を見る事に加え、中性子・ガンマ線による被覆管・減速材加熱の効果の考慮、エネルギー群の詳細化、熱輸送・二相流計算コードとの結合による解析モデルの詳細化を行う予定である。

北海道大学

詳細 FP モデルによる 未臨界体系へのパルス中性子照射

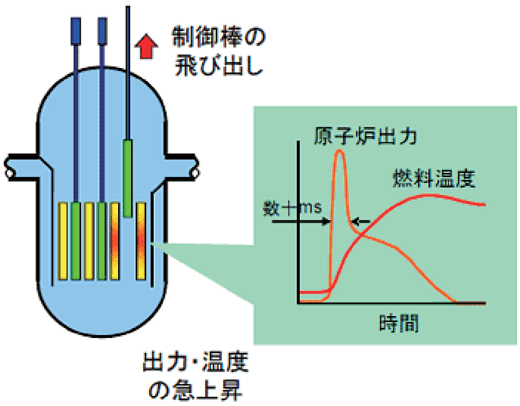
2015年12月2日

北海道大学大学院エネルギー環境システム専攻
原子炉工学研究室

松浦 健太, 千葉 豪, 奈良林 直

背景

- 現在、原子力発電所では各種過酷事故対策が行われ、安全性の向上が図られている。
- 新規制基準への対応により『冷やす』・『閉じ込める』事に係る信頼性は向上した。
- 『止める』事に係る事象として反応度事故(RIA)に着目し、解析の高度化を行う。



目的

- RIA解析高度化の課題として以下の要素が挙げられる

炉物理的アプローチ

➡ 燃料棒内の温度空間分布の考慮

➡ 核分裂生成物(FP)を陽に取り扱うモデルの開発

➡ 即発性減速材加熱(PMH)効果のモデリング高度化

熱水力的アプローチ

➡ RIA時のサブクール沸騰等のボイド挙動の評価

遅発中性子先行核

群	遅発中性子先行核	半減期(秒)
1	^{87}Br	55.6
2	^{137}I ^{88}Br ^{134}Sb,^{136}Te,^{141}Cs	24.5 16.5
3	^{138}I ^{89}Br,^{84}As,^{87}Se,^{92}Rb,^{93}Rb,^{147}La	6.49
4	^{139}I,^{90}Br Ga,As,Se,Br,Kr,Rb,Y,In,Sb,Te,I,Xe,Cs	~2.29
5	Ga,As,Se,Br,Kr,Rb,Sr,Y,In,Sn,I,Xe,Cs,Ba	(~0.5)
6	Ga,Se,Br,Kr,Rb,In,Cs	(~0.5)

衝突確率法による動特性方程式定式化

$$\Sigma_{tj} V_j \phi_j = \sum_{i \in V} P_{ij} \left(\Sigma_{si} \phi_i + s_i - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \phi_i \right) V_i$$

P_{ij}: 領域 i で生成した中性子が領域 j で初めて衝突する確率

Σ_{si}: 領域 i の散乱断面積

S_i: 領域 i の中性子生成源

v: 領域 i の散乱断面積

Σ_{tj}: 領域 j の全断面積

Φ_j: 領域 j における中性子束

V_j: 領域 j の体積

衝突確率法による動特性方程式定式化

先ほどの式を行列で記すと以下のようになる

$$A\boldsymbol{\phi} = B\boldsymbol{\phi} - C\frac{d}{dt}\boldsymbol{\phi} + D\boldsymbol{c} \qquad \frac{d}{dt}\boldsymbol{\phi} = C^{-1}(B - A)\boldsymbol{\phi} + C^{-1}D\boldsymbol{c}$$

同様に遅発中性子先行核密度は以下のようになる

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{c} = E\boldsymbol{\phi} + F\boldsymbol{c}$$

以下のようにベクトルを纏め上記二式を記載すると以下のようになる

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\phi} \\ \boldsymbol{c} \end{pmatrix} \qquad \frac{d}{dt}\boldsymbol{\Psi} = A'\boldsymbol{\Psi}$$

$$\boldsymbol{\Psi} = \exp(-At)\,\boldsymbol{\Psi}_0$$

上記の式を陰解法、CRAM、MMPAを用いて解いた

CRAM・MMPA

$\boldsymbol{\Psi} = \exp(-At)\,\boldsymbol{\Psi}_0$ といった形は指数行列と呼ばれ、
何らかの方法で計算する必要がある。

これを解くために、長タイムステップに対しても安定なCRAM (Chebyshev Rational Approximation Method)[1]が提案されている。

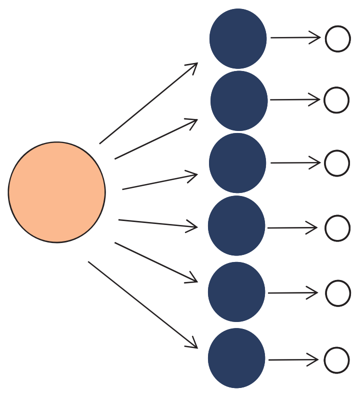
本研究室では複素数計算を行う必要のない新たな手法としてMMPA (Mini-Max Polynomial Approximation)近似式[2]を提案している。

しかし、燃焼行列とは異なり正の固有値を持つ今回の行列では
タイムステップを短くした場合に不安定性が発生してしまっている。

1)M Pusa, J Leppnen. Computing the Matrix Exponential in Burnup Calculations. Nucl. Sci. Eng. 2010; 164:140-150.
2) Y.Kawamoto, et al., Numerical solution of matrix exponential in burn-up equation using mini-max polynomial approximation, Ann. Nucl. Energy.2015 , 80, pp219-224

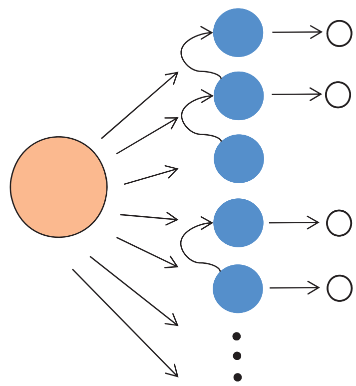
FPを陽に取り扱うモデルの開発

・従来の6群モデル



・先行核を6つのグループに分け、
遅発中性子を発生させる。

・今回開発した直接FPモデル

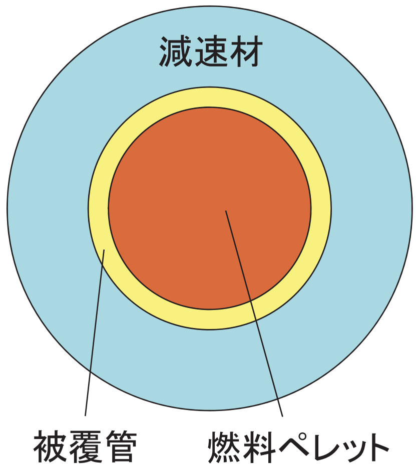


・核分裂により発生する全FPを取り扱う。
FPの崩壊による他のFP発生も考慮。
（チェーン効果の考慮）

$\Rightarrow$ 遅発中性子・ガンマ線の生成メカニズムを厳密に取り扱える。

計算条件

- 円筒状のピンセル体系を想定
- 反応度調整はバックリングを用いた
- フィードバックは考慮せず
- FPの中性子核反応を考慮せず



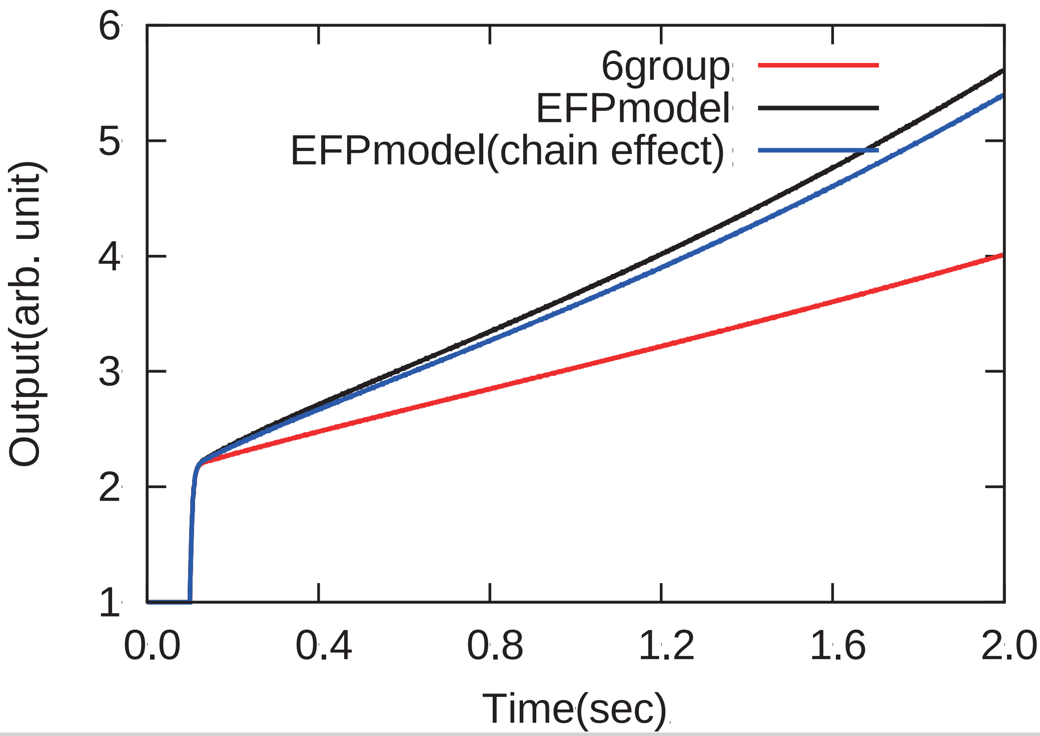
計算条件

- 燃料組成
  濃縮度3.4%UO_2燃料
- 計算は以下の3種
  ・先行核6群モデル
  ・新たに開発した直接FPモデル
  ├・チェーン効果無し
  └・チェーン効果有り
- 以下の3ケースでの計算を行った
  臨界→超臨界、臨界→未臨界、パルス中性子照射
- βが一致するよう遅発中性子数の規格化を行った

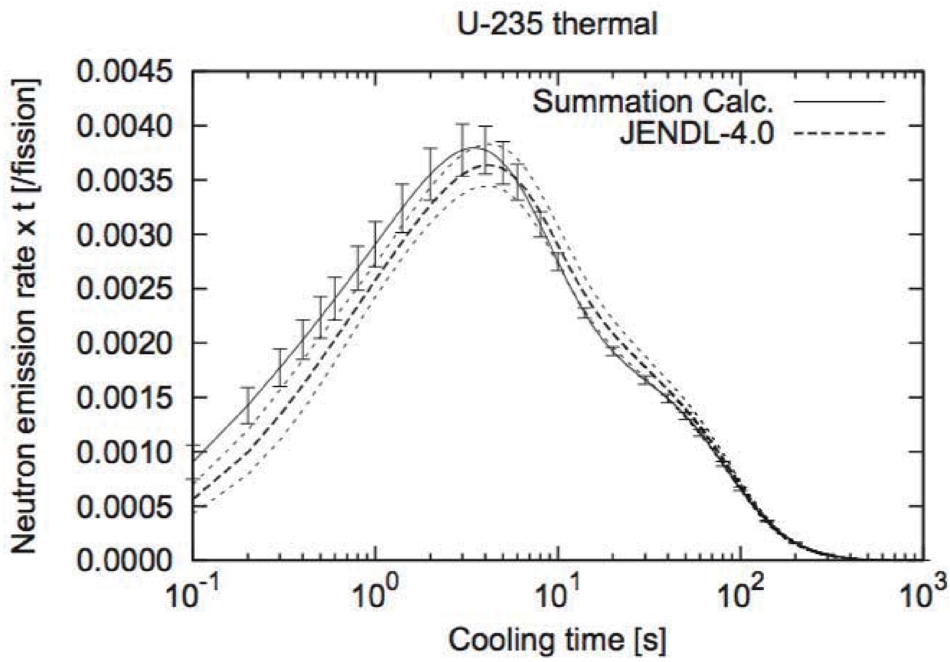
計算条件

- 中性子エネルギー：107群
- FP崩壊データ（分岐比・半減期等）
  JENDL FP Decay Data File-2011
- 遅発中性子のエネルギースペクトル
  ENDF/B-Ⅶ.1
- 核分裂収率データ
  JENDL FP Fission Yields Data File-2011
- その他の核データ(先行核6群データ等)
  JENDL-4.0

計算結果（臨界→超臨界）

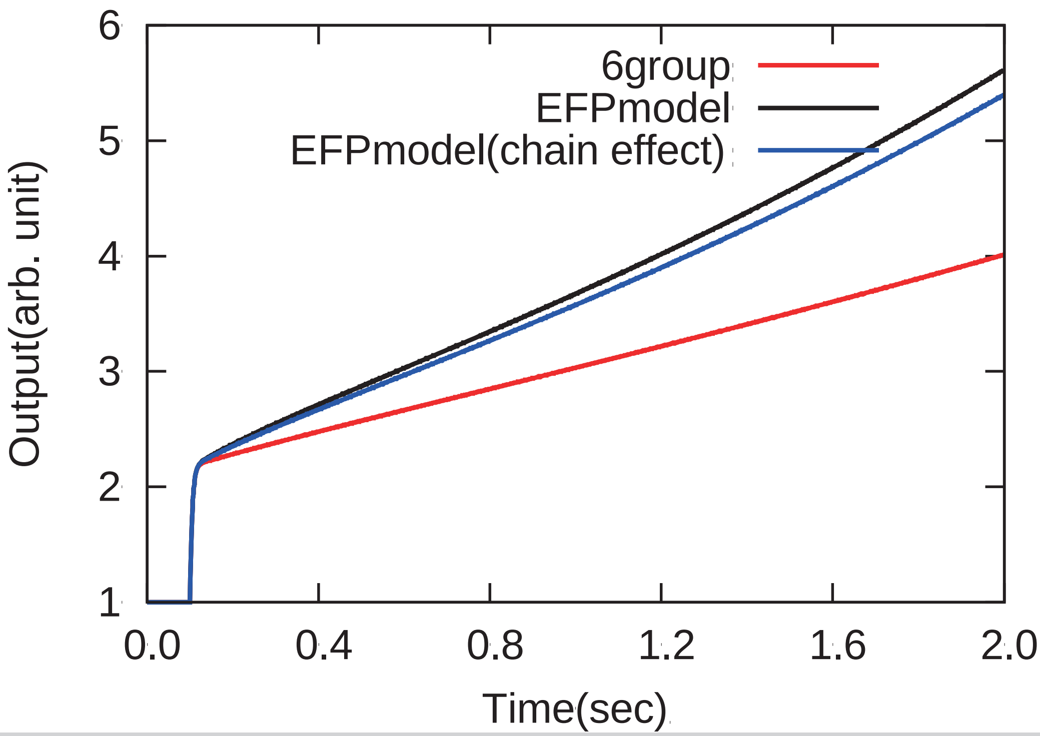


U-235バーストフィッション時の遅発中性子放出率

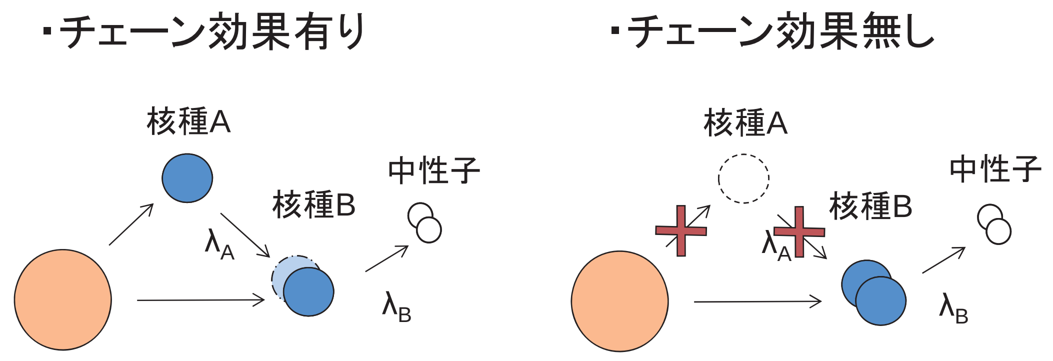


Go Chiba, Tadashi Narabayashi(2015) Uncertainty quantification of total delayed neutron yields and time-dependent delayed neutron emission rates in frame of summation calculations Ann. Nucl. Energy (in press) より引用

計算結果（臨界→超臨界）



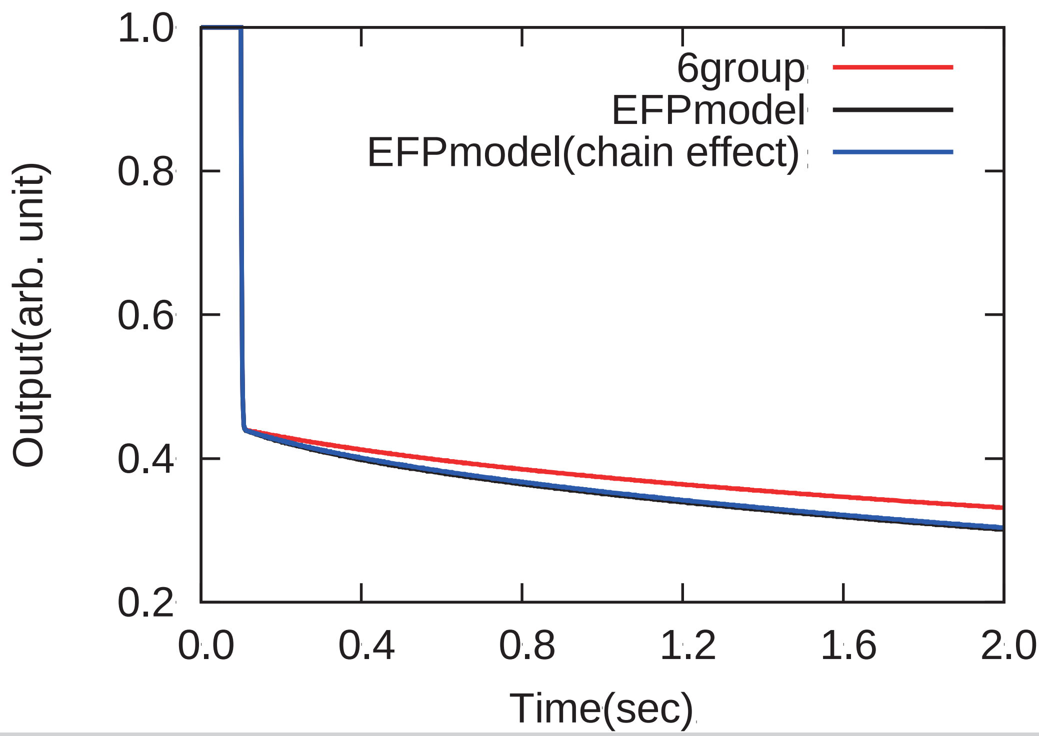
実効的な半減期について



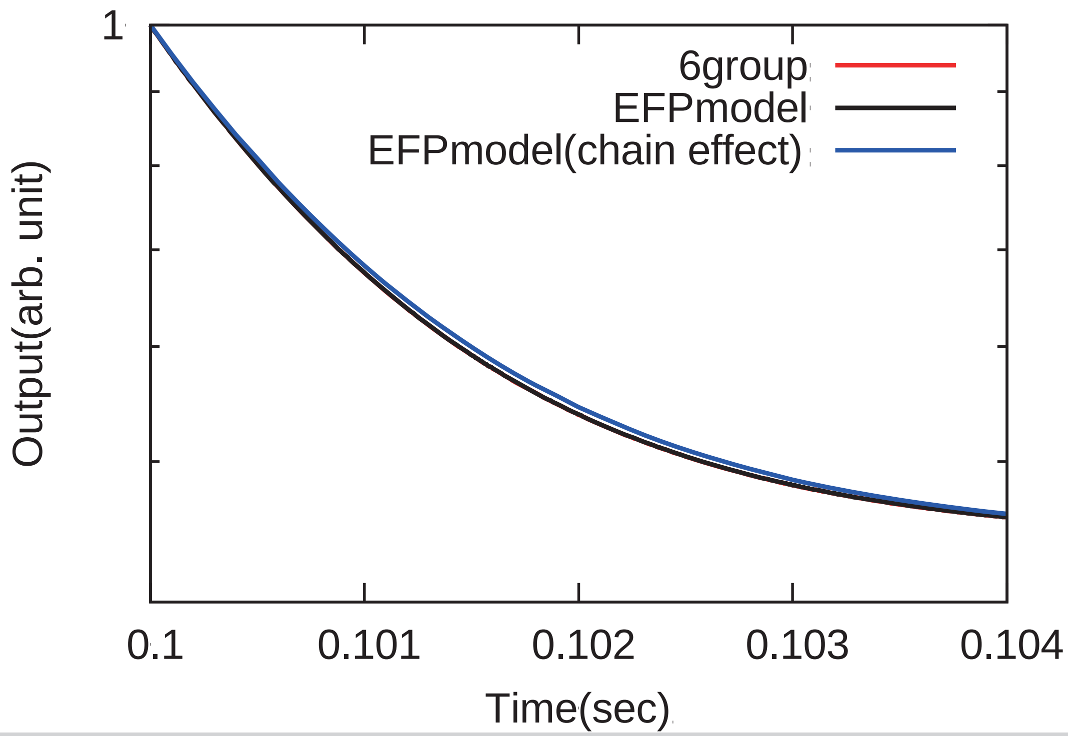
チェーン効果を考慮する場合、核種Bが直接生成される場合と比較し、核種Aの崩壊による核種Bの生成を考える事となる。

→ 核種Bにより発生する中性子に着目した時、実効的に核種Bの半減期が長くなった振る舞いをする。

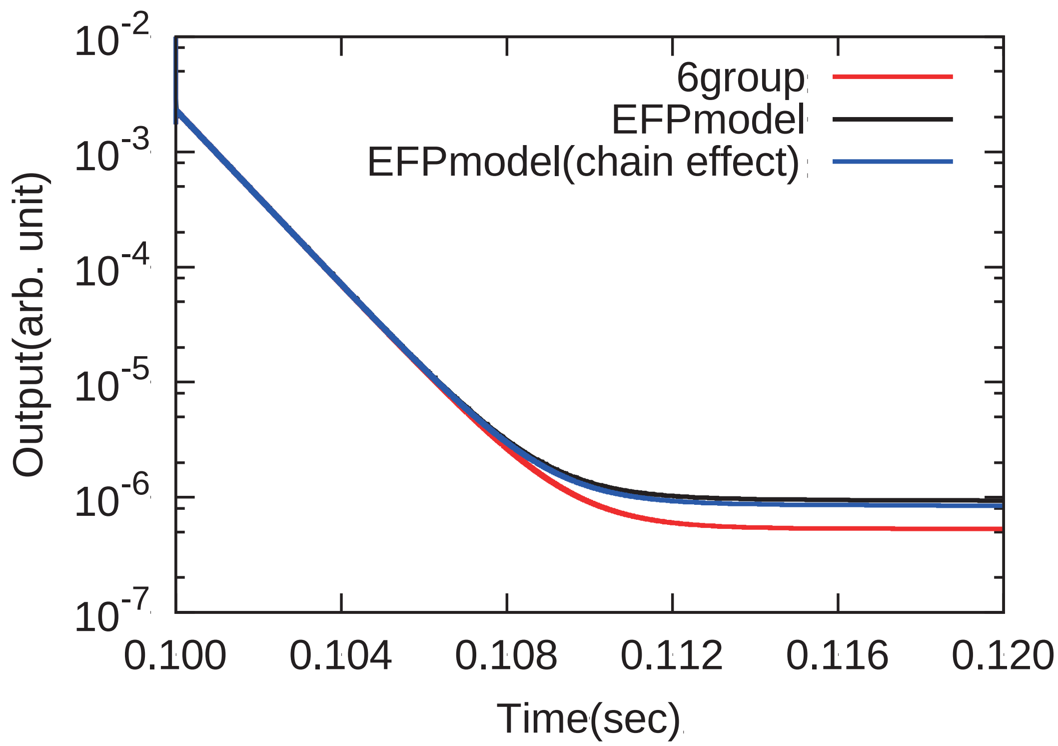
計算結果（臨界→未臨界）



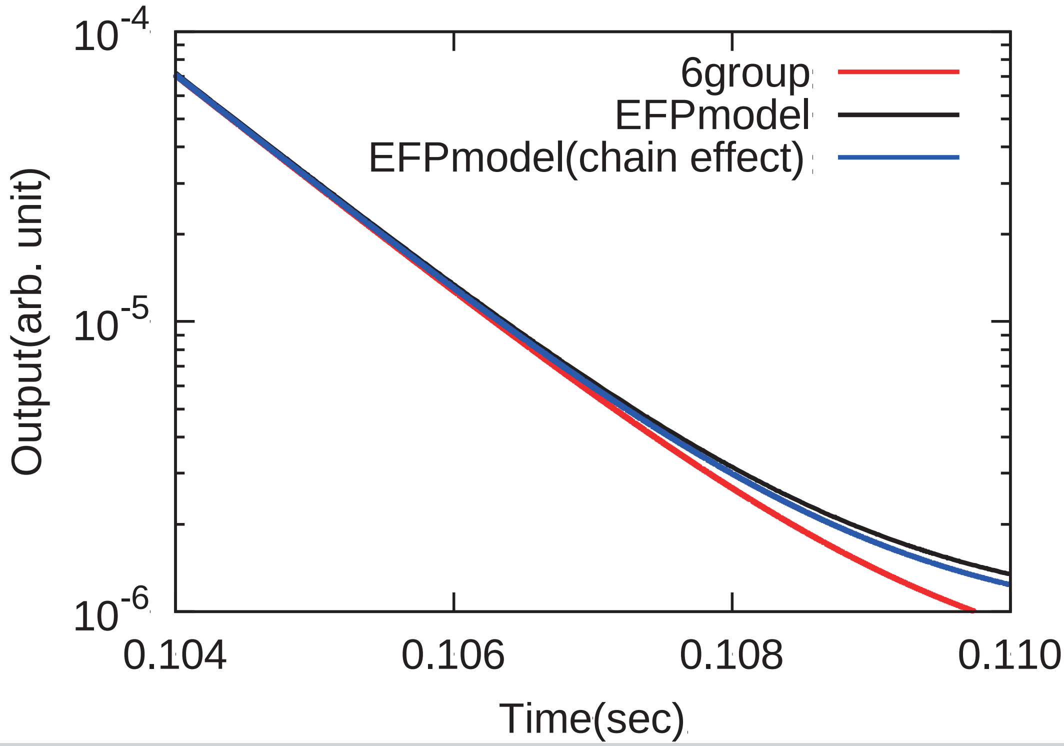
計算結果(臨界→未臨界)



計算結果(パルス中性子照射)



計算結果(パルス中性子照射)



まとめ

- RIA解析高度化の為に、
  全FPを陽に取り扱うモデルの開発を行った。
- 新たに開発した直接FPモデルを用いた計算を行い、
  直接FPモデルやチェーン効果による影響を確認した。
- 今後は整合性のとれたデータを用いる事で、
  モデル間の影響の確認を行う。

国産核データ処理システム FRENDY の概要と各国の核データ処理システム開発の現状

Overview of nuclear data processing system FRENDY and current status of foreign countries

JAEA　○多田 健一、長家 康展

Kenichi TADA,　Yasunobu NAGAYA

核データの供給から炉心計算までを全て国産コードで取り扱うシステムを整備することを目的として、JAEA では 2013 年より、核データ処理システム FRENDY (FRom Evaluated Nuclear Data librarY to any application) の開発を進めている。本発表では、FRENDY の概要と、各国の核データ処理システム開発の現状について報告する。

キーワード：**FRENDY、核データ処理**

１．緒言

核データ処理は､評価済み核データライブラリから中性子輸送計算等に必要とされる断面積ライブラリを作成するもので、評価済み核データと臨界計算コードを繋ぐ重要なプロセスである。核データ処理は、世界的に米国の LANL が開発している核データ処理システム NJOY によって行われており､JAEA で開発している MVP や PHITS、SRAC などの多くの中性子輸送計算コードの断面積処理にも利用されている。

このように NJOY のみが使用されている状況のため、他の核データ処理システムの開発は進んでおらず、NJOY の開発が中止されたり、重大なバグが発見されたりした場合には、影響が非常に広範囲に及ぶことが懸念されている。実際、NJOY の最新バージョンである NJOY2012 では、有償公開への方針転換や、プログラムを修正した場合は断面積ライブラリの公開が不許可となるなど、大きな制約が課せられるようになってきている。

そこで JAEA では、この状況を打開するため、2013 年より核データ処理システム FRENDY の開発を開始した。

２．FRENDY

FRENDY はオブジェクト指向の核データ処理システムで、最終的には、将来の拡張に対して柔軟に対応できる核データ処理プラットフォームとすることを目指し､NJOY と同等の機能をユーザーに提供することを当面の開発目標としている。

現在､Generalized Nuclear Data (GND)と呼ばれる､XML 形式の新しい評価済み核データのフォーマットが策定されつつある。今後、核データのフォーマットは過去 50 年に渡って使用されてきた ENDF フォーマットから、この新しい GND フォーマットへと変わっていくことが想定される。すでに、次のバージョンの ENDF/B ライブラリでは、従来の ENDF-6 フォーマットに加えて、GND フォーマットについても公式にリリースする予定であると関係者が発表している。FRENDY でも当然であるが、GND フォーマットにも対応できる設計となっている。

FRENDY は開発の第一ステップとして、来秋に MCNP 及び PHITS 用の ACE ライブラリと、MVP 用の断面積ライブラリを作成することを最初の目標に開発を進めているところである。

３．諸外国の核データ処理システム開発状況

各国でも NJOY に頼っている現状に対して懸念があり、各々が独自に核データ処理システムの開発を進めている。NJOY を有する米国内ですら、ORNL の AMPX や LLNL の Fudge が開発中であり、また仏でも IRSN で GAIA が、そして CEA で GALILEE が開発中である。他にもロシアの NRC が GRUCON を、中国の CIAE が Ruler を開発している。また、本家といえる NJOY についても GND に対応するため、オブジェクト指向の NJOY21 の開発を開始するなど、世界的に核データ処理システムの開発が積極的に進められている。

このように、核データ処理システムは各国の戦略に関わる重要な案件として認識されている。現在のところ、FRENDY の開発状況は、他の核データ処理システムに比べて先行している状態であるが、今後も精力的に開発を進め、世界の核データ処理システムを牽引していく所存である。

国産核データ処理システムFRENDYの概要と各国の核データ処理システム開発の現状

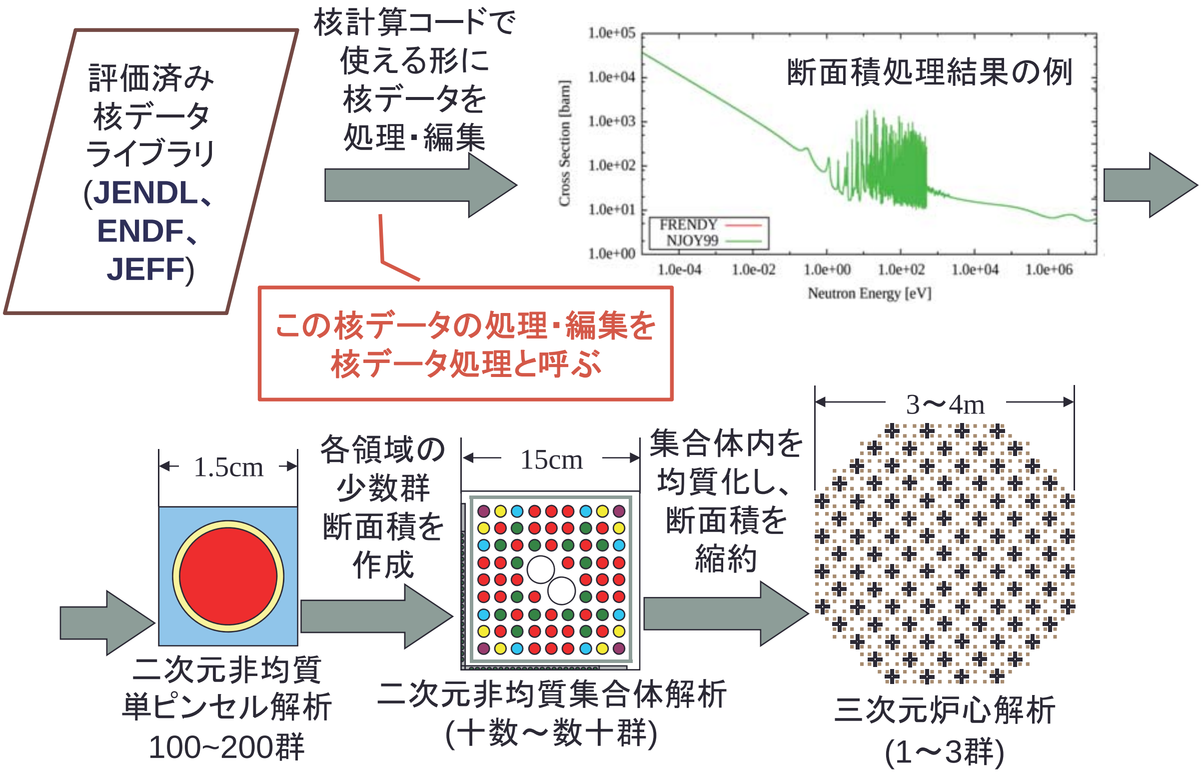
日本原子力研究開発機構
多田健一、長家康展

発表内容

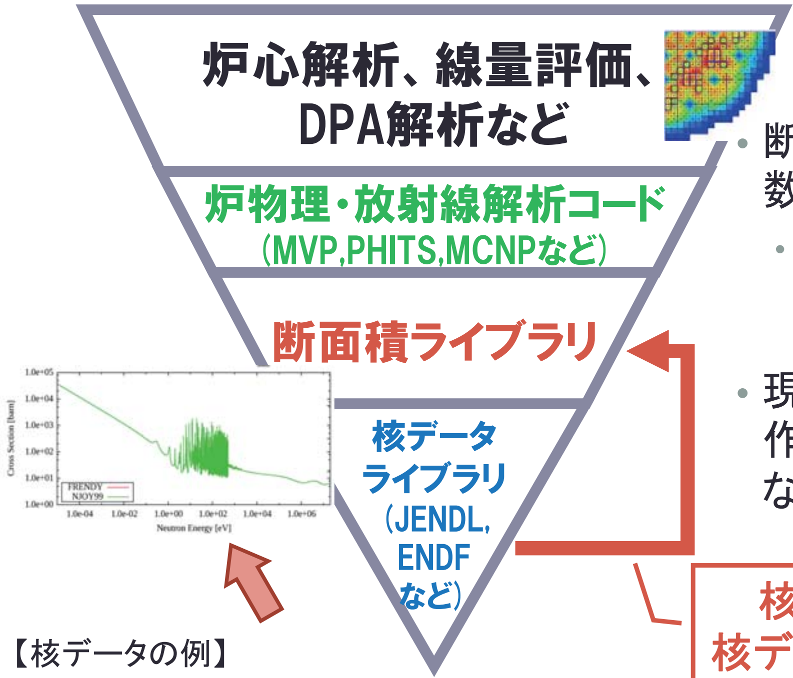
- 核データ処理システム開発の重要性
  - 核データ処理とは？
  - 核データ処理の現状
- 国産核データ処理システムFRENDYの概要
- 各国での核データ処理システム開発の現状
  - アメリカの状況
  - フランスの状況
  - その他の国・機関の状況
    - 各国の核データ処理システムの詳細については、二月に発行される核データニュースNo.113をご覧下さい

核データ処理システム開発の重要性

一般的な核データから炉心解析までの流れ



核データ処理システムの重要性



- 断面積ライブラリは様々な数値解析の基礎
  - 断面積ライブラリの信頼性は最終的な解析結果の信頼性に大きく影響
- 現在は断面積ライブラリの作成にNJOYやPREPROなどの諸外国コードを使用

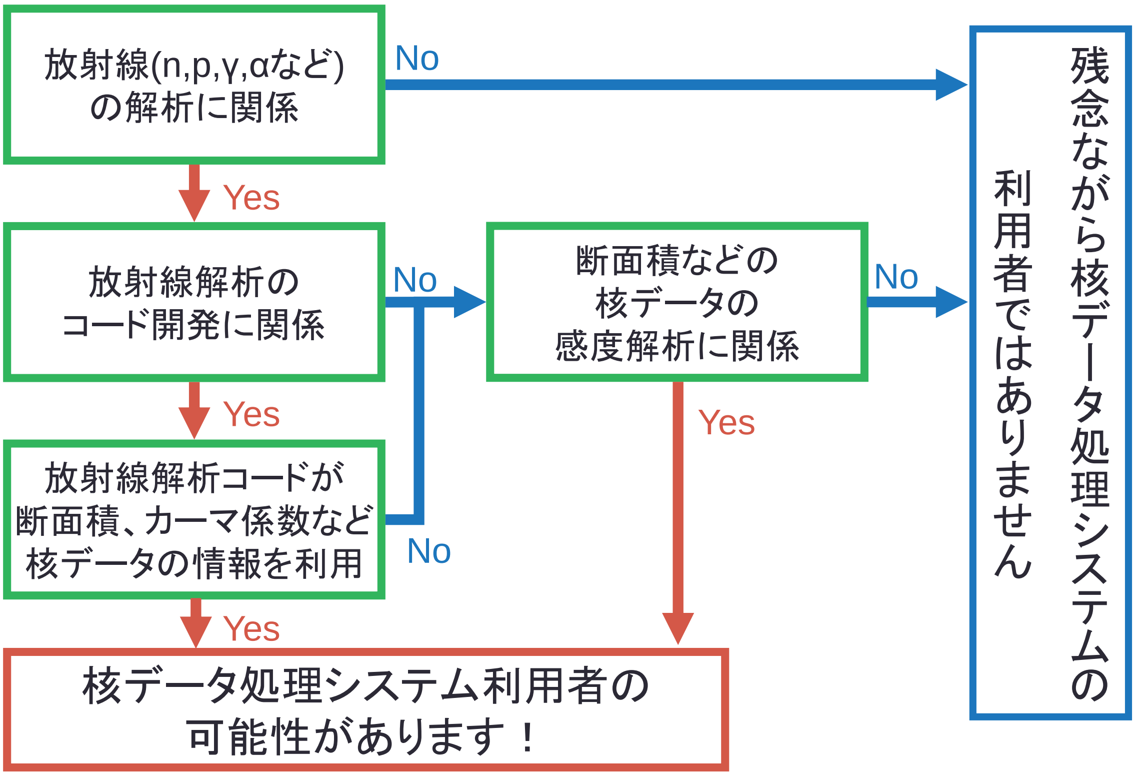
核データ処理システムは
核データライブラリから断面積
ライブラリを作成するシステム

【核データの例】
AAA BBB CCC ･･･ MAT MF MT N
XXX YYY ZZZ ･･･ MAT MF MT N

断面積ライブラリ作成の現状

- 放射線解析コード使用者
  - 日本国内で数百人以上
- 核データ処理システム使用者
  - 各社で1～2人程度
  - 日本国内でも20人程度？
- 核データ処理システムの中身を理解している人
  - 日本国内で数人
- 今後の技術継承次第では、断面積ライブラリの作成が危機的な状況に

核データ処理システムの利用者判定



核データ処理システムのユーザーが少ない理由

	炉物理・放射線解析コード (MVP/PHITS)	核データ処理システム (NJOY)
使用頻度	多い時はほぼ毎日	多くても年に数回
入力	マニュアルや入力例が充実し、比較的容易	NJOYの処理内容までも熟知していなければ適切な入力の作成は困難
妥当性検証	体系はGUIで確認可能。処理結果の妥当性も他の計結果からある程度確認可能	比較可能な入力例や計算結果がほとんどない。長年の経験と勘が必要
サポート	ユーザーが多く、聞きやすい。また、ユーザー講習会なども適宜実施	数名のNJOYユーザーによるフォローに依存

各国の核データ処理の現状

- 基本的にはLANLのNJOYの一強状態
  - IAEAのPREPROを一部で使うくらいで、他はほぼNJOYを使用
  - ORNLのみSCALE用にNJOYと独立したAMPXを開発
- 各国の断面積フォーマットに合わせてNJOYを調整
  - 各国の核データ処理の現状に合わせ、API(呼び出し・実行ツール)を用意
  - 外側だけを変えてNJOYのモジュールを使った核データ処理システムを独自処理システムと称して利用
- NJOYに対する不満とGNDフォーマットの導入を契機に独自の核データ処理システム開発が活発化

NJOYに対するユーザーの不満

- ENDF/Bライブラリ以外の核データライブラリのトラブル対応は後回し
  - ENDF/Bライブラリを処理することがNJOYの目的
  - それ以外の核データライブラリの処理についてはあまり重要視していない
    - 基本的に公開版NJOYではJENDLが処理できない
- バグの修正が遅い
  - バグの報告を行っても、公式な修正パッチが出るのが遅い
    - バグの報告から修正まで数年以上かかることも
  - NJOYの中身を理解したプロフェッショナルによる非公式パッチが核データ処理に不可欠

NJOY2012での制約

- コードの有償化
  - 配布する国によってはMCNPと同様に実行ファイル形式のみでの配布に
  - NJOYがアップグレードする毎に費用が必要になる恐れ
    - NJOY2012は今年中に修正パッチを公開し、開発が終了
    - NJOY2016が来年公開予定
- プログラムを修正した場合、断面積ライブラリの配布が不可能に
  - JENDL版の断面積ライブラリの公開が困難に
    - 公開バージョンでJENDLが処理できる保証はない
    - 修正パッチの提供がいつになるか分からない

GNDフォーマットの導入

- OECD/NEA/NSC/WPECで策定中の新しいフォーマット
  - **G**eneralized **N**uclear **D**ata format
  - XML形式で記述された拡張性の高い核データフォーマット
  - 既存の核データ処理システムをGNDに対応させるためには大幅な修正が必要に
  - ENDF-6とGNDの違い
    - ENDF-6フォーマット
      - 各行に一定数(6個+4個)のデータを配置
      - 各データの意味を知るにはマニュアルが必須
    - GNDフォーマット
      - データ種別毎に分類
      - 階層構造でデータを格納
      - 桁数や一行当たりの格納数に制限無し
      - データ名である程度内容を判別可能

【ENDFフォーマットの例】

AAA BBB CCC ・・・ MAT MF MT N

:

XXX YYY ZZZ ・・・ MAT MF MT N

:

【GNDフォーマットの例】

＜crossSection nativeData=“pointwise”＞

＜axis index=“0”・・・＞

＜data＞ AAA ・・・ XXX YYY ZZZ

:

独自核データ処理システムの開発

- GNDに対応するためには、ゼロから核データ処理システムを作るくらいの労力が必要
  - NJOYはENDFフォーマットと強く結びついているため
  - GNDフォーマットに対応するため、オブジェクト指向のNJOY21をゼロベースで開発中
    - NJOY21の”21”は21世紀の意味だが、完全版の公開は21年頃になるかも？とのこと
- GNDの導入によりNJOYの優位性が失われる
  - 各国で独自の核データ処理システムの開発がスタート
  - 現在、多くの国・機関で核データ処理システムを開発中

国産核データ処理システムFRENDYの概要

国産核データ処理システムの開発

- 2013年より国産核データ処理システム**FRENDY**の開発に着手
  - **FR**om **E**valuated **N**uclear **D**ata librar**Y** to any application
  - 基本的な処理手順についてはNJOY99の処理手順とほぼ同じ

- 連続エネルギーモンテカルロ用断面積ライブラリの作成が現在の目標
  - MVP、PHITS及びMCNPの断面積ライブラリが作成可能に

FRENDYの特徴と開発体制

- C++を採用することでコードの拡張性や保全性が向上
  - 他のC++コードとの融合や各機能の再利用が容易に
- テストケースを用いた品質保証
  - 各クラス、各メンバ関数でテストケースを用いた処理の検証を実施
  - テストケースを用いることでコード修正に伴うバグの発見が容易に
- ユーザーのニーズを逐次反映
  - JENDL委員会経由で産学官の要望を聞き、FRENDY開発に反映

【FRENDY開発の体制】

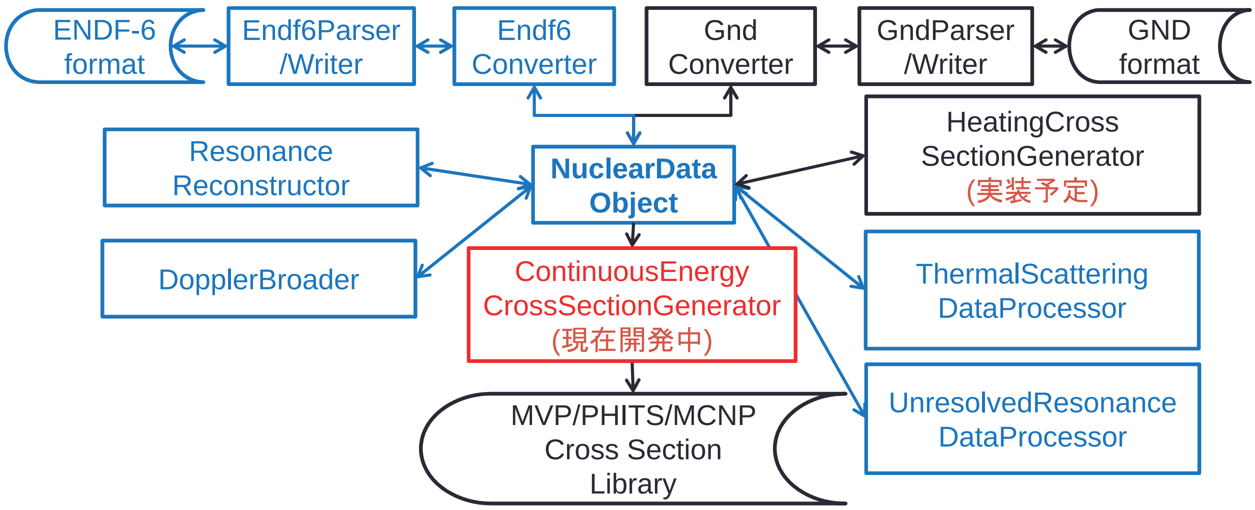
JAEA
・炉物理標準コード研究Gr
・核データ研究Grなど
開発状況の報告・相談
FRENDY開発チーム

開発状況の報告 →
← 機能等の要望

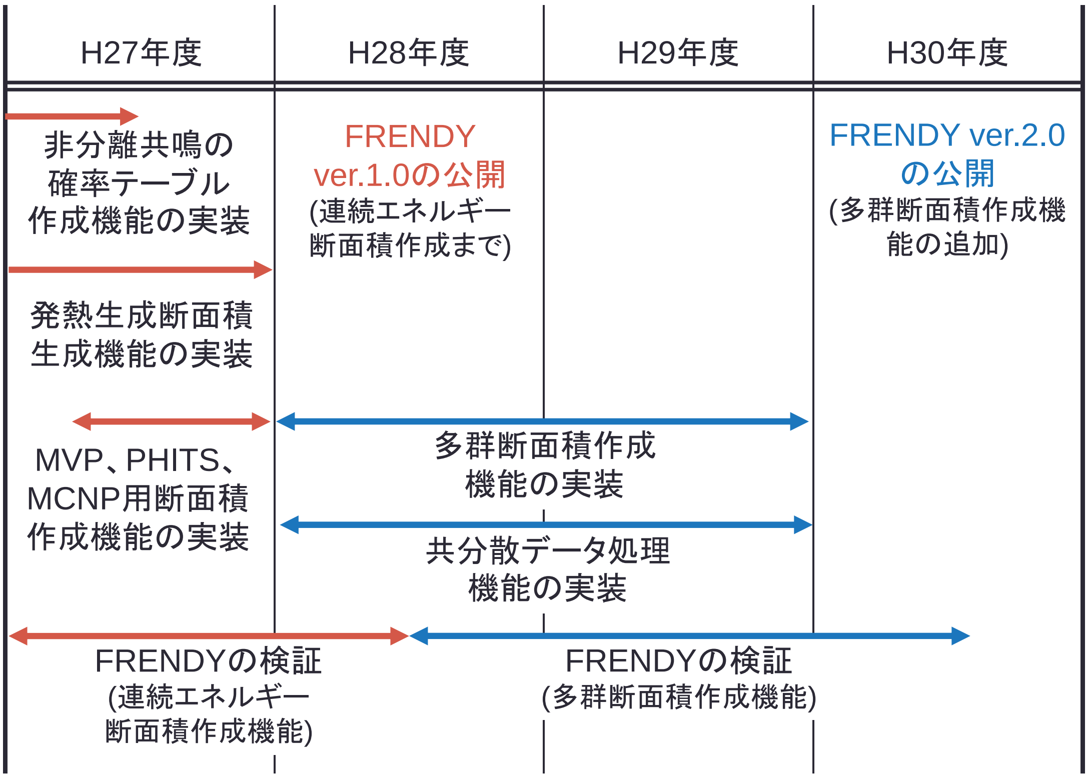
ユーザー
・JENDL委員会
核データ処理プログラムWG
メンバー：大学、規制庁、プラント/燃料メーカー

FRENDYの構造
(MVP/PHITS/MCNP用連続エネルギー断面積生成)

- 青枠の部分が現在までに開発した機能
  - 現在は連続エネルギー断面積作成機能を開発中



今後のFRENDY開発スケジュール(予定)



各国での核データ処理システム開発の現状

各国で開発中の核データ処理システム

- アメリカ
  - LANL:NJOY21、ORNL:AMPX、LLNL:FUDGE
- フランス
  - IRSN:GAIA、CEA:GALILEE
- ロシア
  - NRC:GRUCON
- 中国
  - CIAC:Ruler、精華大学:RXSP
- 韓国
  - 成均館大学:Tnudy
- その他
  - IAEA:PREPRO、OECD/NEA:CALENDF

米国の核データ処理システムの現状(1/2)

- LANL
  - NJOY2012の後継版としてNJOY2016を開発
    - 開発者のKahler氏はNJOY2016で引退予定
  - GNDへの対応のため、ゼロベースでNJOY21を開発中
    - 若手のConlin氏が開発担当
    - Kahler氏が引退後もサポート予定
- ORNL
  - SCALE6.2にAMPXを組み合わせて公開
    - AMPXの手法に関するレポートについては来年公開予定
  - オブジェクト指向の新しいAMPXを開発中

米国の核データ処理システムの現状(2/2)

- LLNL
  - GNDフォーマットとENDFフォーマットの変換ツールFUDGEを開発中
    - Git hub経由で公開
  - FUDGEには核データ処理システムの機能も搭載
    - 多群断面積の作成が可能
    - 他にも核データライブラリのフォーマットチェック機能などが搭載

仏国の核データ処理システムの現状

- IRSN
  - 連続エネルギーモンテカルロ用の断面積ライブラリの作成を目的としたGAIA2を開発中
    - GAIA1はNJOYの各モジュールをAPIで動かす方式だったが、GAIA2では完全オリジナルに
  - ACEライブラリの作成までは出来る模様
    - 熱中性子散乱則や確率テーブルなどの部分は現在開発中
- CEA
  - 連続エネルギーモンテカルロ用の断面積ライブラリの作成を目的としたGALILEE-1を開発中
    - 核データライブラリの検証が主目的
    - 断面積処理システムは線形化くらいしか出来ていない？

その他の核データ処理システムの現状(1/2)

- ロシア (NRC)
  - 1970年代よりGRUCONを開発
    - 断続的に開発を進めているレガシーなコードながら様々な核データフォーマットに対応
  - 現在はKITと共同でGRUCON-Dを開発中
    - 将来的にはGNDにも対応する予定
- 中国 (CIAE)
  - 多群の断面積ライブラリ作成を目的にRulerを開発中
  - Fortran90ベースながらGNDにも対応予定
- 中国 (精華大学)
  - 連続エネルギーモンテカルロ用の断面積ライブラリの作成を目的としたRXSPを開発中

その他の核データ処理システムの現状(2/2)

- 韓国 (成均館大学)
  - CERNが開発したROOTシステム上で動作する核データ処理システムTNudyを開発
    - 詳細は不明
    - 断面積再構成などの一部機能のみか？
- IAEA
  - PREPROが多群断面積を作成できるまで拡張
  - 新たな核データ処理システムの開発を検討か？
- OECD/NEA
  - CEAで開発していたCALENDFを引き継いだ模様

まとめ

- 核データ処理システム開発の重要性
  - 核データ処理の概要と現状
  - 核データ処理システム開発の背景
- 国産核データ処理システムFRENDYの概要
  - FRENDYの特徴
  - FRENDYの開発計画
- 各国での核データ処理システム開発の現状
  - 米、仏、露、中、韓及びIAEA、OECD/NEAの核データ処理システムの開発状況
    - 各国の核データ処理システムの詳細については、二月に発行される核データニュースNo.113をご覧下さい

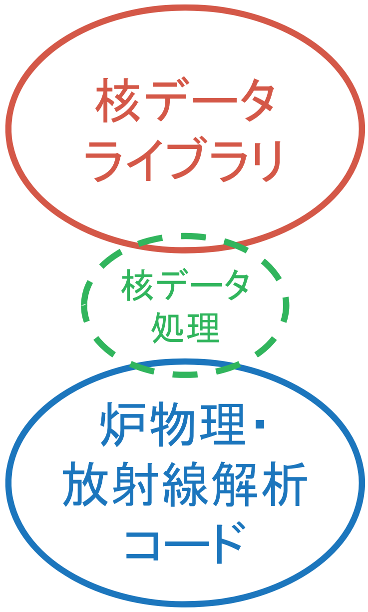
参考資料

FRENDYと既存の核データ処理システムの違い

	NJOY99	NJOY2012	FRENDY
言語	Fortran77	Fortran90	C++
対象とする核データ	ENDF/B-VI	ENDF/B-VII	JENDL-4.0 ENDF/B-VII
配布方法	ソース配布	一部機関を除き実行ファイルのみ	ソース配布
特記事項	ENDF/B-VIIの一部核種が処理出来ない	ソースファイルの変更不可	NJOY99、2012の問題点を解決

国産核データ処理システムがこれまで開発されてこなかった理由

- 自国の核データ処理システムの開発が研究テーマとして認められにくい
  - NJOYが既にデファクトスタンダードとして存在
  - 核データを決まった手順で処理するシステムのため、独自性や新規性を入れにくい
- 核データ処理システムを取り扱う専門分野がない
  - 核データライブラリ作成側からも炉物理・放射線解析側からも自分の専門分野という認識が希薄
  - どちらも関係していることは認識
- 重要なシステムであるとは常々言われてきたものの、これらの要因により長年に渡って棚上げ状態に



散乱先のインポータンスを考慮した縮約法の検討

Study on energy collapse taking account of importance of scattering destination

大阪大学　○伊藤耕史　北田孝典

Koji Ito　Takanori Kitada

本研究では、散乱マトリックスを縮約する際、中性子の散乱先のインポータンスを考慮する縮約法を考案した。しかし、無限増倍率の縮約誤差が生じないとされる無限均質体系での計算で縮約誤差が生じた。これは随伴中性子束を重みとして縮約をすることができない可能性のためだと考えた。

キーワード：エネルギー縮約、散乱マトリックス、随伴中性子束

１．緒言

炉心解析では、空間均質化やエネルギー縮約を行うことで実用的な時間や計算コストで行っている。エネルギー縮約では、群数や群構造、縮約法など考慮すべき点が数多く存在し、適切な縮約の仕方を考える必要がある。本研究では、縮約法に着目し、従来考慮されていない中性子の散乱先のインポータンスを考慮する縮約法を考案した。

２．理論

現在使われてる縮約法として中性子束重み法がある。この手法では、散乱マトリックスを含むすべての断面積を反応するエネルギーの中性子束で重みをつけ、エネルギー縮約を行っている。中性子束重み法は中性子の散乱先のインポータンスを考慮しておらず、考慮することでさらに精度が向上すると考え、以下に示す縮約法を考案した。

$$\Sigma_s^{G\to G'} = \frac{\sum_{g\in G}\sum_{g'\in G'}\Sigma_s^{g\to g'}\phi^g\psi^{g'}}{\sum_{g\in G}\phi^g}, \overline{\psi^{g\in G}} = 1 \tag{1}$$

中性子の散乱先のインポータンスとして随伴中性子束ψを用い、縮約後の群 G に含まれる詳細群 g の平均が 1 となるような規格化を行うものとした。

３．結果・考察

中性子束重み法を用いた場合、無限均質体系では縮約誤差が生じないことが確認されている。式(1)の整合性を確認するため、式(1)を用いて縮約した断面積を用いて無限均質体系での計算を行ったが、無限均質体系での縮約誤差が生じているのがわかった。この理由を考察するため、随伴中性子束を重みとした縮約に着目した。随伴方程式は中性子拡散方程式と同じ増倍率を求めることが知られている。中性子拡散方程式と同様の考えのもと随伴方程式で縮約を行うことが可能であると考えた。随伴中性子束を重みとする場合、式(2)の左辺の第 3 項と右辺の第 1 項の散乱マトリックスでは異なる重みで縮約を行うこととなり、中性子拡散方程式との関係性が成り立たない。また、表 1 に示すように随伴中性子束は保存されないことがわかった。これらにより、式(1)の縮約では無限均質体系で無限増倍率を保存することができなかったと考える。

$$-D^g\nabla^2\psi^g + \Sigma_a^g\psi^g + \sum_{g'\in G'}\Sigma_s^{g\to g'}\psi^g = \sum_{g'\in G'}\Sigma_s^{g\to g'}\psi^{g'} + \frac{\nu\Sigma_f^g}{k}\sum_{g'\in G'}\chi^{g'}\psi^{g'} \tag{2}$$

表 1 随伴中性子束の保存の確認

エネルギー群	詳細群での計算結果の平均Ψ	中性子束重み断面積での計算結果Ψ
1	4.30E-02	4.44E-02
2	2.92E-02	3.79E-02
3	2.82E-02	2.89E-02
4	3.87E-02	3.55E-02

第4回炉物理専門研究会
2015年12月2～3日
京都大学原子炉実験所

散乱先のインポータンスを考慮した縮約法の検討

大阪大学　○伊藤耕史
北田孝典

1

背景

- 炉心解析では、空間均質化やエネルギー縮約を行い、実用的な計算時間や計算コストで解析を行っている。

● 空間均質化
- 均質領域: 1集合体を1領域に
- 補正因子: SPH因子・不連続因子

● エネルギー縮約
- 群数: 軽水炉では、1~3群
- 縮約法: 主に中性子束重み法 (他に反応率保存法・反応率比保存法など)
- 補正因子: 不連続因子

- エネルギー縮約では、群数や群構造、縮約法などの選択肢が多く、変更することで大きな影響を与えることがある。

2

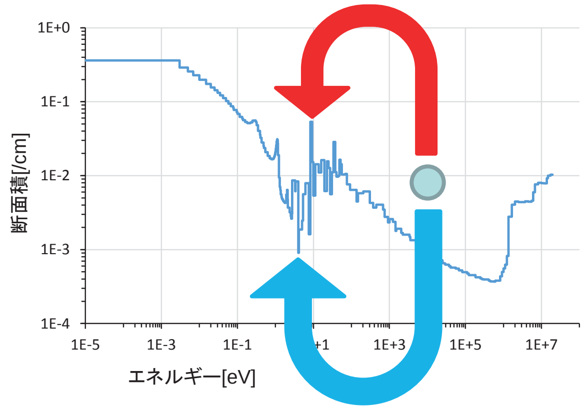
背景

- 中性子束重み法では、散乱マトリックスを含む断面積全てに中性子束を重みとして平均化して、反応率を概ね保存できる。

$$\Sigma_x^G = \frac{\sum_{g\in G}\Sigma_x^g \phi^g}{\sum_{g\in G}\phi^g}, \Sigma_s^{G\to G'} = \frac{\sum_{g'\in G'}\sum_{g\in G}\Sigma_s^{g\to g'}\phi^g}{\sum_{g\in G}\phi^g}$$

- 散乱先の違い(e.g.共鳴の山や谷)により次の反応への影響が大きく変わる。

- 中性子束重み法ではこの点について考慮されていない。



3

目的

- 縮約に散乱先でのインポータンスを加味することで計算精度が向上できる可能性があると考えた。

- 随伴中性子束は将来の核分裂への影響度として考えると散乱先のインポータンスとして扱うことができると考える。

目的

散乱先のインポータンス(随伴中性子束)を考慮した縮約法の検討

4

散乱先のインポータンスを考慮した縮約法

- 散乱先のインポータンスを考慮する縮約法として以下に示す式を考案した。
  インポータンスとして随伴中性子束を用いる。

$$\Sigma_S^{G\to G'} = \frac{\sum_{g\in G}\sum_{g'\in G'}\Sigma_S^{g\to g'}\phi^g\psi^{g'}}{\sum_{g\in G}\phi^g}$$

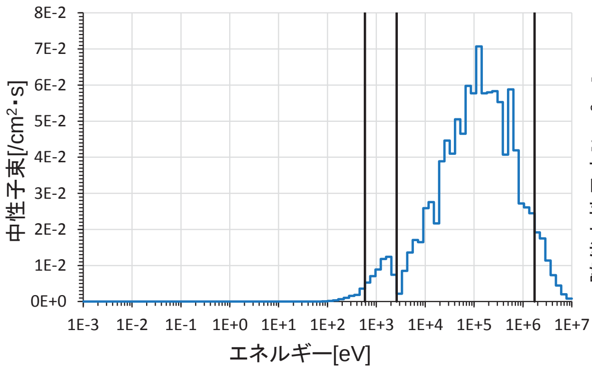
ただし、随伴中性子束は少数群G'に含まれる詳細群g'の平均が1になるように規格化するものとした。

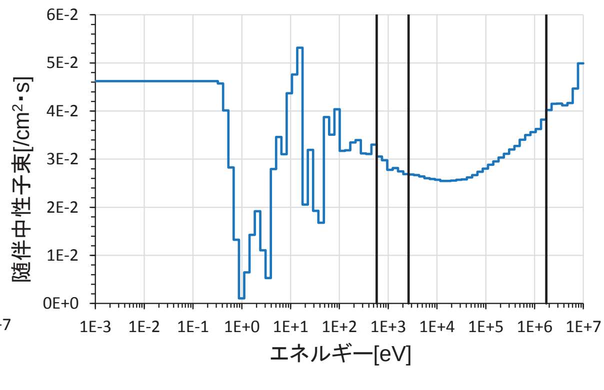
$$\overline{\psi^{g'\in G'}} = 1$$

- 本手法を適用するのは散乱マトリックスのみとした。

計算条件

- 体系:無限均質体系
- マテリアル:富化度20wt%のMOX燃料
- 計算コード:CITATION2-3
- 詳細群:70
- 少数群:4
- ケース数:群構造の異なる35ケース





計算結果

- 計算結果

	参照解	中性子束重み法	本手法
無限増倍率	1.3171	1.3172~1.3173	1.2923~1.3098
参照解との差異 [pcm]		10~20	-2480~-730

- 本手法のみ大きな縮約誤差が生じている。
- 無限均質体系でさえ、大きな縮約誤差が生じているのは、縮約の式に不整合があると考えられる。

無限均質体系でのエネルギー縮約

- 無限均質体系での拡散計算

$$-D^g\nabla^2\phi^g+\Sigma_a^g\phi^g+\sum_{g'}\Sigma_s^{g\to g'}\phi^g$$

$$=\sum_{g'}\Sigma_s^{g'\to g}\phi^{g'}+\frac{\chi^g}{k_{inf}}\sum_{g'}\nu\Sigma_f^{g'}\phi^{g'}$$

$$-D^g\nabla^2\phi^g=0,\ \sum_g\sum_{g'}\Sigma_s^{g\to g'}\phi^g=\sum_g\sum_{g'}\Sigma_s^{g'\to g}\phi^{g'}$$

となるので

$$k_{inf}=\frac{\sum_g\nu\Sigma_f^g\phi^g}{\sum_g\Sigma_a^g\phi^g}$$

無限均質体系でのエネルギー縮約

- シュミレーション計算ではある反応率で規格化を行うので

$$\Sigma_x^G \phi^G = \frac{\sum_{g\in G} \Sigma_x^g \phi^g}{\sum_{g\in G} \phi^g} \phi^G = \sum_{g\in G} \Sigma_x^g \phi^g$$

$$\therefore \quad \phi^G = \sum_{g\in G} \phi^g$$

となり、中性子束が完全に保存される。

- 他の反応率も保存される。

エネルギー群	詳細群の和ϕ	中性子束重み法ϕ	本手法ϕ
1	5.62E-02	5.62E-02	4.70E-02
2	8.86E-01	8.86E-01	8.92E-01
3	4.93E-02	4.93E-02	5.69E-02
4	8.52E-03	8.52E-03	3.86E-03

⇒ 今回導入した随伴中性子束について考える必要がある。

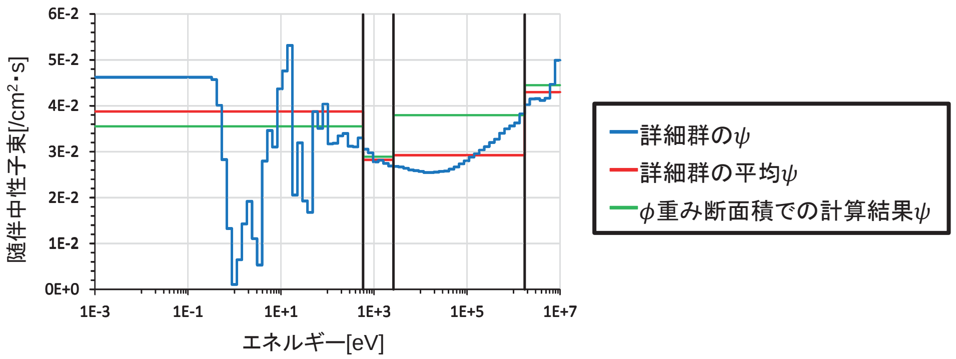
随伴中性子束の考察

- 随伴中性子束について

$$\psi^G = \frac{\sum_{g\in G} \psi^g \Delta u^g}{\sum_{g\in G} \Delta u^g}$$

の関係が成り立つと考えている。

- 無限均質体系では、中性子束重み断面積で縮約誤差が生じないので、上記の関係が成り立つと考える。



- 縮約誤差が生じない場合でも
$\psi^G \Delta u^G = \sum_{g\in G} \psi^g \Delta u^g$が成り立たない。

随伴中性子束を用いた縮約の考察

- 中性子拡散方程式

$$-D^g\nabla^2\phi^g + \Sigma_a^g\phi^g + \sum_{g'}\Sigma_s^{g\to g'}\phi^g$$
$$= \sum_{g'}\Sigma_s^{g'\to g}\phi^{g'} + \frac{\chi^g}{k_{inf}}\sum_{g'}\nu\Sigma_f^{g'}\phi^{g'}$$

同様のk_{inf}を求めることが可能

- 随伴方程式

$$-D^g\nabla^2\psi^g + \Sigma_a^g\psi^g + \sum_{g'}\Sigma_s^{g\to g'}\psi^g$$
$$= \sum_{g'}\Sigma_s^{g\to g'}\psi^{g'} + \frac{\nu\Sigma_f^g}{k_{inf}}\sum_{g'}\chi^{g'}\psi^{g'}$$

中性子拡散方程式と同様の考え方で
随伴中性子束を重みとした縮約を行うことが可能

随伴中性子束を用いた縮約断面積の考察

$$-D^g\nabla^2\psi^g + \Sigma_a^g\psi^g + \boxed{\sum_{g'}\Sigma_s^{g\to g'}\psi^g} \quad 1$$
$$= \boxed{\sum_{g'}\Sigma_s^{g\to g'}\psi^{g'}} + \frac{\nu\Sigma_f^g}{k_{inf}}\sum_{g'}\chi^{g'}\psi^{g'}$$
2

- 随伴方程式の両辺の散乱マトリックスに
  掛けている随伴中性子束が異なっている。
- 両辺の散乱断面積の縮約を考えると

1 $$\Sigma_s^{G\to G'} = \frac{\sum_{g\in G}\sum_{g'\in G'}\Sigma_s^{g\to g'}\psi^g}{\sum_{g\in G}\psi^g}$$

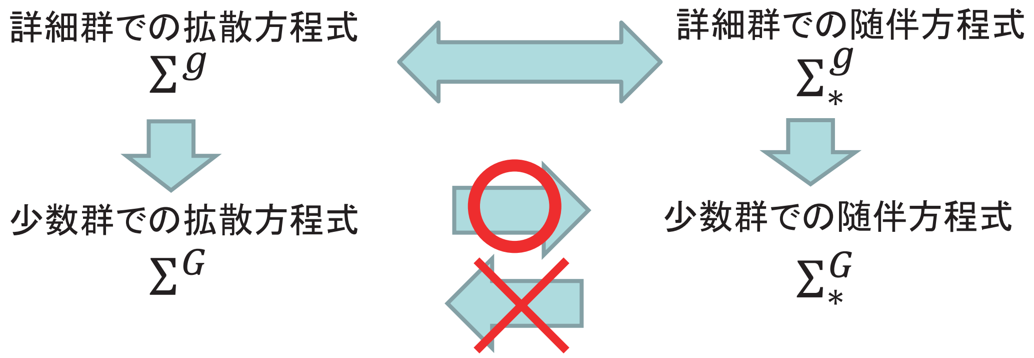
2 $$\Sigma_{s*}^{G\to G'} = \frac{\sum_{g\in G}\sum_{g'\in G'}\Sigma_s^{g\to g'}\psi^{g'}}{\sum_{g'\in G'}\psi^{g'}}$$

- 随伴中性子束を重みとして縮約を行う場合、
  ①と②の散乱断面積では異なる意味を持つ。

随伴中性子束を用いた縮約断面積の考察

- 従来の縮約法に基づいた本手法では、
  両辺の散乱断面積で意味が異なる。

$$\Sigma_s^{G\to G'} = \frac{\sum_{g\in G}\sum_{g'\in G'}\Sigma_s^{g\to g'}\phi^g\boxed{\psi^{g'}}}{\sum_{g\in G}\phi^g}$$



- 随伴中性子束重みの縮約を行うことは可能であるが、
  既存の計算コードで扱うのは困難が伴う。

13

まとめ

- 従来考慮されていない散乱先のインポータンスを
  考慮した縮約法を考案した。
- 縮約誤差が生じないとされる無限均質体系でも
  大きな縮約誤差が生じることがわかった。

- $\psi^G = \frac{\sum_{g\in G}\psi^g\Delta u^g}{\sum_{g\in G}\Delta u^g}$が成り立たない。
- 散乱先の随伴中性子束を重みとすることで
  両辺の散乱断面積で不整合が生じている。

- 無限均質体系でも無限増倍率が保存できなかったと
  考える。

14

空　白

（縦横 30㎜ のスペースを必ず空ける）

軽水炉における放射性毒性最小化の検討
MA 入り MOX 燃料における放射性毒性低減特性

Study on Minimization of Radiotoxicity of Spent LWR fuel

Radiotoxicity behavior of MA-MOX fuel

東芝　○木村礼　櫻井俊吾　吉岡研一　平岩宏司

Rei Kimura, Shungo Sakurai, Kenichi Yoshioka, Kouji Hiraiwa

超ウラン元素(TRU)の多い燃料では，燃料の自己遮蔽効果によって燃料中の熱中性子割合が低下し，核変換効率が低下する．熱中性子割合を増加させる燃料構造を検討し，核変換効率や放射性毒性の評価を行った．

キーワード：**超ウラン元素　軽水炉　核変換　放射性毒性**

１．緒言

高レベル放射性廃棄物には長半減期核種が含まれ，その放射性毒性は数百万年以上の長期に及ぶ．このうち，取出し後概ね 100 年以降の潜在的放射性毒性（以後、毒性）は主に超ウラン元素(TRU)に起因し [1]，現在は群分離，高速炉による消滅処理システムが考えられている．消滅処理システムの負担を低減し，原子力利用に伴う環境負荷を早期に低減する為には軽水炉における TRU の生成抑制・核変換が望まれる．但し，軽水炉に TRU を装荷した場合，その高い熱中性子領域の吸収断面積に起因する自己遮蔽効果によって TRU 装荷量に対する取出し量の比である核変換効率や毒性の削減量が低下する．そこで，本研究では TRU を装荷した燃料集合体の熱中性子を増加させるペレット形状について，その効果を評価した．

２．解析条件

評価対象燃料は 9x9 燃料(全数 MA 入り MOX 棒，Gd 棒なし)とした．通常燃料(リファレンス)に対してペレットを中空・細径及び低密度にした場合について，燃焼後のペレット中の毒性削減量を燃焼モンテカルロ解析により評価した．なお，運転サイクル長さと出力が保存されるように線形反応度モデルに基づいて TRU の富化度を調整した．

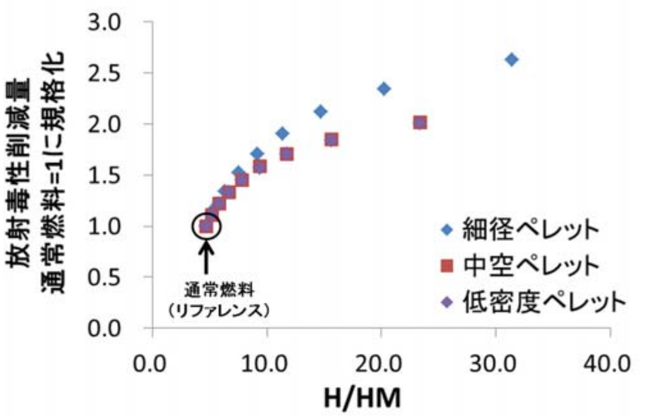


図１：各ケースの取出し 100 年時点での毒性削減量

３．解析結果

中空・細径・低密度燃料について，発生エネルギー当り毒性削減量の H/HM 依存性を比較した結果を図１に示す．本結果から MA 入り MOX を燃焼させた場合，同じ H/HM であっても細径ペレットにおける毒性削減量が最も多くなる事が分かる．他の手法に比べて中性子が減速材中を飛行する距離が伸び，共鳴逃れ確率が増加した事で熱中性子の割合が他の幾何形状に比べて高くなったこと，毒性への寄与が大きく熱中性子領域に大きな断面積を持つ核種の核変換が熱中性子により促進されたこと，^{238}Pu の生成抑制が主要因と考えられる．これらの結果から，MA を含めた TRU を軽水炉で用いる場合，減速材の絶対量増加を伴う細径燃料で同じ H/HM での毒性削減効果が高い事が分かった．

参考文献１）西原健司，使用済核燃料の潜在的放射性毒性評価のためのデータベース，JAEA-Data/Code 2010-012, September 2010, 日本原子力研究開発機構

ABWR 全炉心 MCNP 計算の収束過程における高次モードの挙動観察

Observation of higher modes behavior in ABWR full core MCNP calculation

GNF-J　○山名哲平　東條匡志　池原正　岩本達也

Teppei YAMANA　Masayuki TOJO　Tadashi IKEHARA　Tatsuya IWAMOTO

MCNP の核分裂中性子源分布に含まれる高次モード成分を、炉心シミュレータの結果を用いて抽出し、初期乱数、初期ソース分布、世代あたりの粒子数、ドミナンス比の違いにより、挙動がどのように変化するかを観察した。

キーワード：**MCNP、高次モード、励起、ABWR、全炉心、3 次元、高温状態、AETNA**

1．緒言　モンテカルロ計算では、核分裂中性子源分布が収束した以降の世代でも、計算結果に統計的な不確かさが含まれる。MCNP5 を用いて、ABWR 全炉心を計算したところ、核分裂中性子源分布に、高次モードと思われる偏りが見られた(図 1)。この偏りについて挙動を観察したので報告する。

2．計算　GNFJ 実設計 ABWR 多濃縮度初装荷 U 炉心(9X9 燃料)の条件を厳密に再現した。ボイド率は燃料下部から 0/40/80%で固定、制御棒は過去の定格時制御棒パターンを参考に設定した(計算条件は 2)と同じ)。MCNP5 で核分裂中性子源分布のタリーをとり($M\bar{\psi}$)、炉心シミュレータ AETNA[1]のモード m の核分裂中性子源($M\bar{\phi}_m$)と随伴中性子束($\bar{\phi}^*_m$)を用い、式(1)により高次モード成分を取り出した[3]（図 2)。初期乱数、初期ソース分布、1 世代あたりの粒子数を変更したケースと、ドミナンス比が異なる炉心についても、高次モード成分を観察した(図 4)。

3．結果・考察　MCNP の 3 次元分布に含まれる高次モード成分は、ヒストリを稼ぐことで小さくなる傾向にあるが、例えばベースケースの 1st mode は 1 億ヒストリでほぼ消失し、その後再び大きくなる、というような高次モードの励起が見られた。実効増倍率や Shannon Entropy からは、このような分布に含まれるノイズの励起は確認できない(図 3)。計算結果として分布が重要な場合には、高次モード成分を観測することで、収束判定の信頼度を上げることが可能になると考えられる。また、初期乱数や初期ソース分布を変更しても、高次モードの励起の度合いに有意な違いは見られなかったが、1 世代あたりの粒子数を増加した場合と、ドミナンス比が低い場合には、小さくなる傾向を確認した。低次のモードほど比較的励起し易い傾向も見られた。

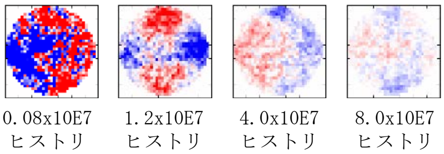


図1. MCNP核分裂中性子源分布の最確値からの差(軸方向位置12/24)

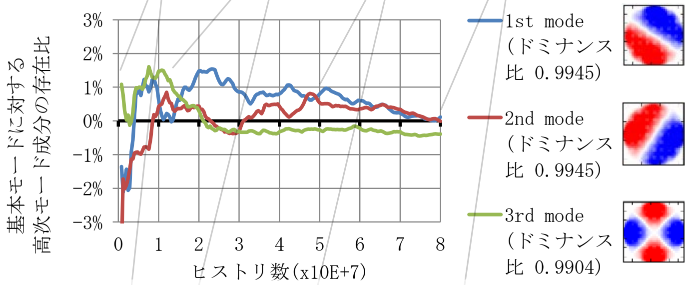


図2. MCNP核分裂中性子源分布に含まれる高次モード成分の推移

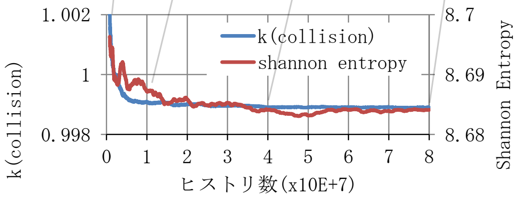


図3. 実効増倍率とShannon Entropyの推移

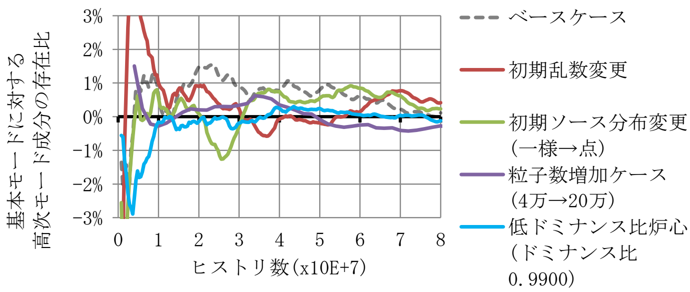


図4. ケース毎の1st mode成分の推移

$$a_m = \frac{<\bar{\phi}^*_m, M\bar{\psi}>}{<\bar{\phi}^*_m, M\bar{\phi}_m>} \quad \text{式(1)}$$

1) GNF-J, “炉心核熱水力特性解析システム　システム全般”, GLR-005　システム編

2) 東條他、日本原子力学会 2015 年秋の年会, A51

3) 坂田他、日本原子力学会 2013 年春の年会, H17

連続エネルギーモンテカルロ法を用いた軽水炉全炉心解析の取組み

Current Activities for LWR Whole Core Analysis using Continuous Energy Monte Carlo Method

電中研　鈴木　求、名内　泰志

CRIEPI　Motomu Suzuki, Yasushi Nauchi

米国をはじめとして連続エネルギーモンテカルロ法を用いた軽水炉全炉心解析への取り組みが進められている。本報告では、当所にて実施している国産モンテカルロコードMVPを用いた軽水炉全炉心解析への取り組みについて紹介する。

キーワード：**軽水炉全炉心解析、連続エネルギーモンテカルロ法、MVP**

１．はじめに

連続エネルギーモンテカルロ法は、従来の決定論解析手法で用いている空間均質化やエネルギー群縮約を用いることなく、対象とする計算体系を詳細にモデル化した解析が可能となることから、急速な計算機性能の向上を背景として、炉心解析へ適用する試みが米国を中心に行われている。炉心解析では燃料棒単位の軸方向出力分布のように膨大な評価点（タリー）に対し十分な統計精度を確保することが求められるため、多大な計算時間を必要とする。そのため、大規模モンテカルロ計算を視野に入れたMC21[1]やOpenMC[2]、Shiftコード[3]といったコード開発が進められている。また、全炉心解析を行うための詳細な炉心仕様、燃焼計算を行うための運転条件、妥当性検証のための炉物理検査の測定結果等を提供するベンチマーク問題としてHoogenboom-Martinベンチマーク[4]やBEAVRSベンチマーク[5]が提案されたことで、全炉心解析を行う環境が整いつつあり、各機関においてこれらの炉心体系を用いて実施した解析結果が国際会議等で報告されるようになってきている。日本国内においても、MCNPやMVPを用いた実機軽水炉を想定した全炉心解析結果が報告されてきている状況にある[6,7,8]。本報告では、電中研にて取り組んでいる国産モンテカルロコードMVP[9]を用いた軽水炉全炉心解析について紹介する。

２．電中研におけるMVPコードを用いた軽水炉全炉心解析の取り組み

当所では、核計算の参照コードとしてのMVPコードの適用範囲を広げるため、BEAVRSベンチマーク問題を対象としたPWR全炉心解析を実施している。既報では、ベンチマーク仕様に基づき構造物を含めて厳密にモデリングした初装荷炉心体系について、MVP-2コードのメモリ制限問題に対応し、燃料棒単位での軸方向出力分布評価を可能にした拡張版MVP-2を用いた炉物理試験解析を行い、測定値との比較結果について報告している[10]。

現在、JAEAで開発されている最新版MVP-3は公開のための作業が進められており、テストバージョンであるMVP-3β版が限定的に配布される試用段階にある。MVP-3では、森らにより報告[11]されている重核種の熱振動効果を考慮した共鳴弾性散乱モデルが実装される予定であり、ピンセル体系や集合体体系において、このモデルを適用した評価結果が既に報告されている[12]。ここでは、MVP-3β版に実装されている新しい共鳴弾性散乱モデルを全炉心体系に適用した解析を新たに実施したので報告する。解析例としてBEAVRSベンチマーク問題のPWR初装荷炉物理試験における実効増倍率と制御棒価値の解析結果を図1、図2にそれぞれ示す。新しい共鳴弾性散乱モデルを用いた場合、従来のMVP-2と比較して実効増倍率に対して数10pcmの影響を与えることが確認できる。一方、制御棒価値については散乱モデルによる影響はほとんどなく、統計誤差の範囲内で一致する。これらの結果は同様の共鳴弾性散乱モデルを有する他コードと同程度の精度であることを確認した。

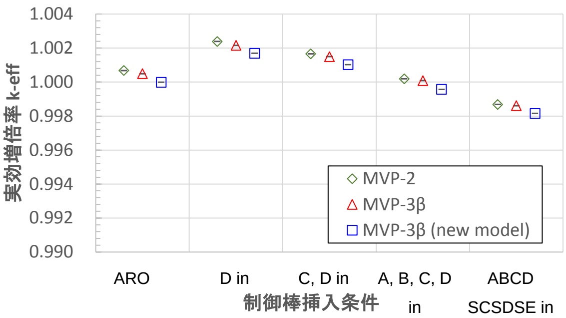


図１　実効増倍率の解析結果

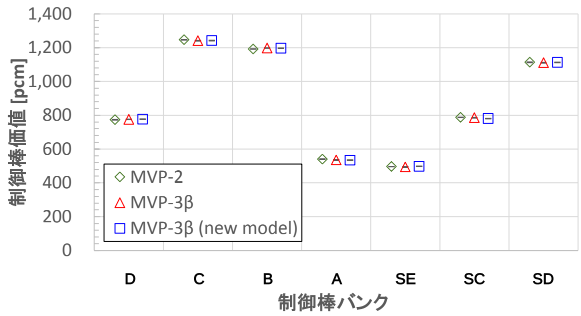


図２　制御棒価値の測定値との比較

参考文献：[1]D.P. Griesheimer, et al., *Annals of Nucl. Energy*, Vol.82, p.29-40, 2015. [2]P. K. Romano, et al., *Annals of Nucl. Energy*, Vol.51, p.274-281, 2015. [3]T. M. Pandya, et al., *Proc. M&C+SNA+MC2015* [4]J. E. Hoogenboom, et al., *Proc. MC2009* [5]N. E. Horelik, et al., *Proc M&C2013* [6]東條他, AESJ 2004秋, B35 [7]S. Takano, et al., *Prog. Nucl. Sci. Technol.*, Vol.2, pp.267-273, 2011. [8]東條他, AESJ2015秋, A51 [9]Y. Nagaya, et al., JAERI-1348 [10]M. Suzuki, et al., *Proc. M&C+SNA+MC2015* [11]T. Mori, *J. Nucl. Sci. Technol.*, Vol.46, No.8, p.793-798, 2009. [12]山本他, AESJ 2014秋, L33

臨界実験装置 STACY の基本炉心の実験精度検討

Uncertainties of critical experiments on the Modified STACY

JAEA　○井澤 一彦　曽野 浩樹　外池 幸太郎

Kazuhiko IZAWA　Hiroki SONO　Kotaro TONOIKE

更新中の JAEA の定常臨界実験装置 STACY について、更新後の臨界実験に先立ち、棒状燃料と水減速材だけで構成された基本炉心の臨界実験精度を MCNP の摂動計算機能により評価し、十分な精度が得られる見通しを得た。

キーワード：STACY、軽水減速非均質炉心、不確かさ、摂動計算

1. 緒言

日本原子力研究開発機構（JAEA）では、福島第一原子力発電所の事故で発生した燃料デブリの臨界管理技術の確立に資するため、計算解析により燃料デブリの臨界特性を網羅的に評価し、データベース化する作業を進めると共に、それらのデータを必要に応じて検証するための臨界実験を計画している。計画では、JAEA の臨界実験装置である STACY を、棒状燃料と軽水減速材を使用する非均質体系の装置として更新し、平成 30 年から一連の実験を行う予定である。現在の STACY の燃料のうち硝酸ウラニルの溶液燃料は更新後は運転に使用しないが、^{235}U 濃縮度 5 wt%の棒状燃料 400 本は継続して使用する。

更新に先立ち、更新後の STACY で構成する炉心の代表例として、^{235}U 濃縮度を現有燃料と同じ 5 wt%とし、減速不足体系（格子間隔 1.15 cm、V_m/V_f=1.2）、最適減速体系（格子間隔 1.5 cm、V_m/V_f =2.9）、減速過剰体系（格子間隔 2.55 cm、V_m/V_f =11）の 3 種類を選定し、それらの実験に付随する不確かさを評価した。評価にあたり、機械的な不確かさについては現有の STACY 棒状燃料のデータを使用した。また、計算コードには MCNP5 を、核データには JENDL-4.0 を使用した。

2. STACY の製作精度等に由来する不確かさ

STACY の実験結果に不確かさとして以下の 10 種類を評価した。1) 燃料ペレットの直径、2) 燃料被覆の直径、3) 棒状燃料の位置、4) 燃料ペレットの密度、5) 燃料被覆の密度、6) 燃料ペレットの不純物、7) 燃料被覆の不純物、8) ^{235}U 濃縮度、9) 体系水位、10) 体系温度。現行 STACY の設計データより得られる不確かさについて Table I に示す。

3. 実験精度の評価結果

前述の製作精度が実験結果に及ぼす影響を主に連続エネルギーモンテカルロコード MCNP5 の摂動計算機能を使用して評価した。核データには評価済み核データ JENDL-4.0 を使用した。評価の結果、更新後の STACY では不確かさが 100×10^{-5}Δk/k を下回る程度であり、十分な精度を持つ実験を行える見通しを得た。発表では、評価手法と結果の詳細及び更新後の STACY で行う実験について紹介する予定である。

Table I　STACY の製作精度等に由来する不確かさ

項目	平均値	偶然誤差	系統誤差
燃料ペレット直径（mm）	8.203	±0.02	±0.005
燃料被覆直径（mm）	9.492	±0.005	±0.005
棒状燃料位置（mm）	0	±0.1239	±0.0308
燃料ペレット密度（g/cm^3）	10.447	±0.0122	±0.0152
燃料被覆密度（g/cm^3）	6.56	-	±0.1
燃料ペレット不純物（%）	分析値	-	±10
燃料ペレット不純物（未検出）（%）	検出限界値	-	±100%
235U 濃縮度（wt%）	4.9781	-	±0.0005
炉心水位（mm）	測定値	±0.2	-
体系温度（℃）	25（室温）	±1	-

原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察

Mathematical Consideration of Nonlinear Models Arising from Reactor Kinetics

トランスニュークリア株式会社　○坂本　浩紀

Hiroki SAKAMOTO

本報では、原子炉動特性から生じる非線形モデルについて、正値定常解の存在を証明した結果の一部を報告する。

キーワード：原子炉動特性、非線形モデル、正値定常解

１．緒言　Kastenberg-Chambré[1]らは、原子炉動特性から生じる非線形モデル

$$\text{(PS1)} \begin{cases} u_{1t} - D\Delta u_1 = au_1u_2 - bu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \\ u_{2t} = cu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \end{cases} \qquad \text{(PS2)} \begin{cases} u_{1t} - D_1\Delta u_1 = au_1u_2 - bu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \\ u_{2t} - D_2\Delta u_2 = cu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \end{cases}$$

などを提唱し、これらに適当な境界条件と初期条件を課した場合の解の構造（解の存在と一意性など）について若干の研究がなされている。

本報では、(PS1) や (PS2) などから生じる非線形モデル

$$\text{(ES)} \begin{cases} -\Delta u_1 = au_1u_2^p - bu_1, & x \in \Omega, \\ -\Delta u_2 = cu_1 - du_2, & x \in \Omega, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

の正値定常解の存在について考察する。ここで、Ω は $\mathbb{R}^N$ (ユークリッド空間の次元 $N \in \mathbb{N}$) 内の滑らかな境界 $\partial\Omega$ に囲まれた有界領域（有界連結開集合）とし、定数 a, b, c, d と指数 p は正定数とする。(ES) の解 $u_1 = u_1(x)$ と $u_2 = u_2(x)$ は、それぞれ炉内中性子束と炉内温度を表わし、最初の方程式の右辺に現れる非線形項 $u_1u_2^p$ は、炉内中性子束と炉内温度の相互作用を表す。

２．非線形モデル　(ES) は、変分構造も最大値原理も有していない。また、抽象不動点定理を利用することにより正値定常解の存在を証明する難しさは、最大値ノルムをいかにして得るかにある。Gu-Wang[2]は、(ES) の $a = 1, d = 0, p = 1$ の場合に相当する正値定常解の存在について考察した。彼らは、正値定常解の最大値ノルムのアプリオリ評価を得るため、その上、抽象不動点定理を利用することにより正値定常解の存在を証明するために、Brezis-Turner[3]のアイデアである抽象不動点定理と重み付き L^s ノルム評価を利用した。本報では、そのアイデアに倣い、(ES) の正値定常解の存在について考察する。

３．結果・考察　(ES) について、次の結果が成り立つ。

定理１　$p \in (0,2), N = 2$ とする。このとき (ES) は、少なくとも１つの正値定常解を持つ。

今後の課題は、定理以外の p と N の関係（特に興味深いのは、$N = 3$ のとき p の値はどの範囲まで許容できるのか）において、正値定常解の存在に関する結果を得ることである。

物理的な観点からディリクレ境界条件はあり得ないので、物理的に自然なノイマン境界条件やロバン境界条件で考察することである。

文献　[1] W.E. Kastenberg and P.L. Chambré, Nucl. Sci. Eng., 31 (1968), 67-79.

[2] Y.G. Gu and M.X. Wang, J. Diff. Eq., 130 (1996), 277-291.

[3] H. Brezis and R.E.L. Turner, Comm. in P.D.E., 2 (1977), 601-614.

原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察

トランスニュークリア株式会社
坂本　浩紀

TRANSNUCLEAR TOKYO

炉物理専門研究会
会期　2015 年 12 月 2 日（水）～ 3 日（木）
於　京都大学原子炉実験所

概要

概要

1. はじめに
   - 動機付け
2. 正値定常解
   - 数理モデル
   - 証明のアイデア
   - 定理
   - 証明
3. おわりに
   - 結論

概要

1. はじめに
   - 動機付け
2. 正値定常解
   - 数理モデル
   - 証明のアイデア
   - 定理
   - 証明
3. おわりに
   - 結論

背景と目的

背景

Kastenberg や Chambré らは、原子炉動特性から生じる非線形モデル

$$\begin{cases} u_{1t} - D\Delta u_1 = au_1u_2 - bu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \\ u_{2t} = cu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \end{cases} \tag{1.1}$$

や

$$\begin{cases} u_{1t} - D\Delta u_1 = au_1u_2 - bu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \\ u_{2t} - \Delta u_2 = cu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \end{cases} \tag{1.2}$$

などを提唱し、これらに適当な境界条件と初期条件を課した場合の解の構造（解の存在と一意性など）について若干の研究がなされている。

目的

本報では、(1.1) や (1.2) などから生じる

- 原子炉動特性から生じる非線形モデルの正値定常解の存在

について考察する。

はじめに
正値定常解
おわりに
動機付け

背景と目的

背景

Kastenberg や Chambré らは、原子炉動特性から生じる非線形モデル

$$\begin{cases} u_{1t} - D\Delta u_1 = au_1u_2 - bu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \\ u_{2t} = cu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \end{cases} \tag{1.1}$$

や

$$\begin{cases} u_{1t} - D\Delta u_1 = au_1u_2 - bu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \\ u_{2t} - \Delta u_2 = cu_1, & x \in \Omega,\ t > 0, \end{cases} \tag{1.2}$$

などを提唱し、これらに適当な境界条件と初期条件を課した場合の解の構造（解の存在と一意性など）について若干の研究がなされている。

目的

本報では、(1.1) や (1.2) などから生じる

- 原子炉動特性から生じる非線形モデルの正値定常解の存在

について考察する。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　3 / 23

原子炉動特性から生じる非線形モデル (1/2)

(1.1) や (1.2) などから生じる原子炉動特性から生じる非線形モデルは

$$
\begin{cases}
-\Delta u_1 = a u_1 u_2^p - b u_1, & x \in \Omega, \\
-\Delta u_2 = c u_1 - d u_2, & x \in \Omega, \\
u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega,
\end{cases}
\tag{2.1}
$$

である。
ここで

- Ω は $\mathbb{R}^N$（ユークリッド空間の次元 $N \in \mathbb{N}$）内の滑らかな境界 $\partial\Omega$ に囲まれた有界領域（有界連結開集合）
- 定数 a, b, c ,d と指数 p は、正定数
- 未知関数 u_1 は、炉内中性子束
- 未知関数 u_2 は、炉内温度
- (2.1) の最初の方程式の右辺に現れる非線形項 $u_1 u_2^p$ は、炉内中性子束と炉内温度の相互作用

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

原子炉動特性から生じる非線形モデル (1/2)

(1.1) や (1.2) などから生じる原子炉動特性から生じる非線形モデルは

$$
\begin{cases}
-\Delta u_1 = a u_1 u_2^p - b u_1, & x \in \Omega, \\
-\Delta u_2 = c u_1 - d u_2, & x \in \Omega, \\
u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega,
\end{cases}
\tag{2.1}
$$

である。
ここで

- Ω は $\mathbb{R}^N$（ユークリッド空間の次元 $N \in \mathbb{N}$）内の滑らかな境界 $\partial\Omega$ に囲まれた有界領域（有界連結開集合）
- 定数 a, b, c ,d と指数 p は、正定数
- 未知関数 u_1 は、炉内中性子束
- 未知関数 u_2 は、炉内温度
- (2.1) の最初の方程式の右辺に現れる非線形項 $u_1 u_2^p$ は、炉内中性子束と炉内温度の相互作用

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　4 / 23

原子炉動特性から生じる非線形モデル (2/2)

(2.1) は

- 変分構造
- 最大値原理

を有していない。

また、抽象不動点定理を利用することにより正値定常解の存在を証明する難しさは

- 最大値ノルム $\|\cdot\|_{L^\infty(\Omega)}$ をいかにして得るか

にある。

原子炉動特性から生じる非線形モデル (2/2)

(2.1) は

- 変分構造
- 最大値原理

を有していない。

また、抽象不動点定理を利用することにより正値定常解の存在を証明する難しさは

- 最大値ノルム $\|\cdot\|_{L^\infty(\Omega)}$ をいかにして得るか

にある。

(2.1) の正値定常解の存在を証明するためのアイデア

Gu と Wang は、(2.1) の $a = 1$, $d = 0$, $p = 1$ の場合に相当、すなわち

$$\begin{cases} -\Delta u_1 = u_1 u_2 - b u_1, & x \in \Omega, \\ -\Delta u_2 = c u_1, & x \in \Omega, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

の正値定常解の存在について考察した。
彼らは、正値定常解の最大値ノルムのアプリオリ評価を得るため、その上、抽象不動点定理を利用することにより正値定常解の存在を証明するために、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題、すなわち

- 抽象不動点定理
- 重み付き L^s ノルム評価

を利用した。
本報では、そのアイデアに倣い、(2.1) の正値定常解の存在について考察する。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

(2.1) の正値定常解の存在を証明するためのアイデア

Gu と Wang は、(2.1) の $a = 1$, $d = 0$, $p = 1$ の場合に相当、すなわち

$$\begin{cases} -\Delta u_1 = u_1 u_2 - b u_1, & x \in \Omega, \\ -\Delta u_2 = c u_1, & x \in \Omega, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

の正値定常解の存在について考察した。
彼らは、正値定常解の最大値ノルムのアプリオリ評価を得るため、その上、抽象不動点定理を利用することにより正値定常解の存在を証明するために、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題、すなわち

- 抽象不動点定理
- 重み付き L^s ノルム評価

を利用した。
本報では、そのアイデアに倣い、(2.1) の正値定常解の存在について考察する。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　6 / 23

(2.1) の正値定常解の存在を証明するためのアイデア

Gu と Wang は、(2.1) の $a = 1,\ d = 0,\ p = 1$ の場合に相当、すなわち

$$\begin{cases} -\Delta u_1 = u_1 u_2 - b u_1, & x \in \Omega, \\ -\Delta u_2 = c u_1, & x \in \Omega, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

の正値定常解の存在について考察した。
彼らは、正値定常解の最大値ノルムのアプリオリ評価を得るため、その上、抽象不動点定理を利用することにより正値定常解の存在を証明するために、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題、すなわち

- 抽象不動点定理
- 重み付き L^s ノルム評価

を利用した。
本報では、そのアイデアに倣い、(2.1) の正値定常解の存在について考察する。

抽象不動点定理

補題 2.1 (Brezis and Turner '77)

E をノルム $\|\cdot\|$ を持つ実バナッハ空間、$K \subset E$ を正錐、$\phi : K \to K$ を $\phi(\theta) = \theta$（θ は E のゼロ要素）を満足する連続コンパクト写像とする。

(i) $u \in K$ かつ $\|u\| = r$ ならば、任意の $\lambda \geq 1$ に対して $\phi(u) \neq \lambda u$

(ii) $u \in K$ かつ $\|u\| = R$ ならば、任意の $\lambda \geq 0$ に対して $\phi(u) \neq u - \lambda\varphi$

となるような 2 つの定数 $0 < r < R < +\infty$ 及び 1 つの要素 $\varphi \in K \setminus \{\theta\}$ が存在するならば、写像 ϕ は

$$K_1 \triangleq \{u \in K | 0 < r \leq \|u\| \leq R < +\infty\},$$

内に少なくとも 1 つの不動点を持つ。

重み付き L^s ノルム評価

補題 2.2 (Brezis and Turner '77)

任意の $u \in W_0^{1,2}(\Omega)$ に対して

$$\left\| \frac{u}{\delta^\tau} \right\|_{L^s(\Omega)} \leq C \|\nabla u\|_{L^2(\Omega)},$$

である。
ここで、$\delta = \delta(x) = dist(x, \partial\Omega)$ は、x から $\partial\Omega$ までの距離であり、
$s = 2N/(N - 2(1-\tau))$, $\tau \in [0, 1]$ である。

関数空間とノルムの定義

補題 2.1を証明するために

- ノルム $\|u\| = \|u_1\|_{C_0(\overline{\Omega})} + \|u_2\|_{C_0(\overline{\Omega})}$ を持つ実バナッハ空間 $E = C_0(\overline{\Omega}) \times C_0(\overline{\Omega})$
- 正錐 $K = \{(u_1, u_2)^T \in E | u_1 \geq 0, u_2 \geq 0\}$ （$w \in C_0(\overline{\Omega})$ は、$\overline{\Omega}$ 上で連続で、$\partial\Omega$ 上で $w = 0$ となる関数からなる集合）

を定義する。
$u = (u_1, u_2)^T \in K$ に対して、$v = (v_1, v_2)^T = \phi(u)$ を

$$\begin{cases} -\Delta v_1 + b v_1 = a u_1 u_2^p, & x \in \Omega, \\ -\Delta v_2 + d v_2 = c u_1, & x \in \Omega, \\ v_1 = v_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

の一意的な非負値解とする。
そのとき、$\phi : K \to K$ が連続コンパクト写像で、かつ (2.1) が正値解を持つための必要十分条件は、ϕ が K 内に正の不動点を持つことであることが分かる。

関数空間とノルムの定義

補題 2.1を証明するために

- ノルム $\|u\| = \|u_1\|_{C_0(\overline{\Omega})} + \|u_2\|_{C_0(\overline{\Omega})}$ を持つ実バナッハ空間 $E = C_0(\overline{\Omega}) \times C_0(\overline{\Omega})$
- 正錐 $K = \{(u_1, u_2)^T \in E | u_1 \geq 0, u_2 \geq 0\}$（$w \in C_0(\overline{\Omega})$ は、$\overline{\Omega}$ 上で連続で、$\partial\Omega$ 上で $w = 0$ となる関数からなる集合）

を定義する。
$u = (u_1, u_2)^T \in K$ に対して、$v = (v_1, v_2)^T = \phi(u)$ を

$$\begin{cases} -\Delta v_1 + bv_1 = au_1u_2^p, & x \in \Omega, \\ -\Delta v_2 + dv_2 = cu_1, & x \in \Omega, \\ v_1 = v_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

の一意的な非負値解とする。
そのとき、$\phi : K \to K$ が連続コンパクト写像で、かつ (2.1) が正値解を持つための必要十分条件は、ϕ が K 内に正の不動点を持つことであることが分かる。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

関数空間とノルムの定義

補題 2.1を証明するために

- ノルム $\|u\| = \|u_1\|_{C_0(\overline{\Omega})} + \|u_2\|_{C_0(\overline{\Omega})}$ を持つ実バナッハ空間 $E = C_0(\overline{\Omega}) \times C_0(\overline{\Omega})$
- 正錐 $K = \{(u_1, u_2)^T \in E | u_1 \geq 0, u_2 \geq 0\}$（$w \in C_0(\overline{\Omega})$ は、$\overline{\Omega}$ 上で連続で、$\partial\Omega$ 上で $w = 0$ となる関数からなる集合）

を定義する。
$u = (u_1, u_2)^T \in K$ に対して、$v = (v_1, v_2)^T = \phi(u)$ を

$$\begin{cases} -\Delta v_1 + bv_1 = au_1u_2^p, & x \in \Omega, \\ -\Delta v_2 + dv_2 = cu_1, & x \in \Omega, \\ v_1 = v_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

の一意的な非負値解とする。
そのとき、$\phi : K \to K$ が連続コンパクト写像で、かつ (2.1) が正値解を持つための必要十分条件は、ϕ が K 内に正の不動点を持つことであることが分かる。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　9 / 23

定理

定理 2.1

$p \in (0,2)$, $N = 2$ とする。このとき (2.1) は、少なくとも 1 つの正値定常解を持つ。

定理 2.1を証明するには、補題 2.1の条件 (i) と (ii) を確認すればよい。

はじめに、補題 2.1の条件 (i) を確認する。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

定理

定理 2.1

$p \in (0,2)$, $N = 2$ とする。このとき (2.1) は、少なくとも 1 つの正値定常解を持つ。

定理 2.1を証明するには、補題 2.1の条件 (i) と (ii) を確認すればよい。

はじめに、補題 2.1の条件 (i) を確認する。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　10 / 23

定理

定理 2.1

$p \in (0, 2)$, $N = 2$ とする。このとき (2.1) は、少なくとも 1 つの正値定常解を持つ。

定理 2.1を証明するには、補題 2.1の条件 (i) と (ii) を確認すればよい。

はじめに、補題 2.1の条件 (i) を確認する。

補題 2.1の条件 (i) の確認 (1/2)

補題 2.3

$r = (b/2a)^{1/p} > 0$ とする。そのとき、任意の $\lambda \geq 1$ と $\|u\| = r$ を満足する $u \in K$ に対して

$$\phi(u) \neq \lambda u,$$

である。

補題 2.1の条件 (i) の確認 (2/2)

補題 2.3の証明.
背理法による。

任意の $\lambda \geq 1$ と $\|u\| = r$ を満足する $u \in K$ に対して $\phi(u) = \lambda u$、すなわち

$$
\begin{cases}
\lambda(-\Delta u_1 + bu_1) = au_1 u_2^p, & x \in \Omega, \\
\lambda(-\Delta u_2 + du_2) = cu_1, & x \in \Omega, \\
u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \\
u_1,\ u_2 \in K,\ \|(u_1, u_2)^T\| = r.
\end{cases}
\tag{2.2}
$$

(2.2) の最初の方程式に u_1 を乗じ、Ω に関して積分すると

$$
\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 + b\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 = \frac{a}{\lambda}\int_\Omega u_1^2(x)u_2^p(x)dx \leq \frac{b}{2}\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2.
$$

したがって、$u_1 \equiv 0$。
(2.2) の 2 番目の方程式より、$u_2 \equiv 0$。
これは、仮定 $\|u\| = r = (b/2a)^{1/p} > 0$ に矛盾する。 □

次に、補題 2.1の条件 (ii) を確認する。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (i) の確認 (2/2)

補題 2.3の証明.
背理法による。

任意の $\lambda \geq 1$ と $\|u\| = r$ を満足する $u \in K$ に対して $\phi(u) = \lambda u$、すなわち

$$
\begin{cases}
\lambda(-\Delta u_1 + bu_1) = au_1 u_2^p, & x \in \Omega, \\
\lambda(-\Delta u_2 + du_2) = cu_1, & x \in \Omega, \\
u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \\
u_1,\ u_2 \in K,\ \|(u_1, u_2)^T\| = r.
\end{cases}
\tag{2.2}
$$

(2.2) の最初の方程式に u_1 を乗じ、Ω に関して積分すると

$$
\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 + b\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 = \frac{a}{\lambda}\int_\Omega u_1^2(x)u_2^p(x)dx \leq \frac{b}{2}\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2.
$$

したがって、$u_1 \equiv 0$。
(2.2) の 2 番目の方程式より、$u_2 \equiv 0$。
これは、仮定 $\|u\| = r = (b/2a)^{1/p} > 0$ に矛盾する。 □

次に、補題 2.1の条件 (ii) を確認する。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　12 / 23

補題 2.1の条件 (i) の確認 (2/2)

補題 2.3の証明.
背理法による。

任意の $\lambda \geq 1$ と $\|u\| = r$ を満足する $u \in K$ に対して $\phi(u) = \lambda u$、すなわち

$$\begin{cases} \lambda(-\Delta u_1 + bu_1) = au_1u_2^p, & x \in \Omega, \\ \lambda(-\Delta u_2 + du_2) = cu_1, & x \in \Omega, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \\ u_1,\ u_2 \in K,\ \|(u_1, u_2)^T\| = r. \end{cases} \tag{2.2}$$

(2.2) の最初の方程式に u_1 を乗じ、Ω に関して積分すると

$$\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 + b\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 = \frac{a}{\lambda}\int_\Omega u_1^2(x)u_2^p(x)dx \leq \frac{b}{2}\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2.$$

したがって、$u_1 \equiv 0$。
(2.2) の 2 番目の方程式より、$u_2 \equiv 0$。
これは、仮定 $\|u\| = r = (b/2a)^{1/p} > 0$ に矛盾する。 □

次に、補題 2.1の条件 (ii) を確認する。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (i) の確認 (2/2)

補題 2.3の証明.
背理法による。

任意の $\lambda \geq 1$ と $\|u\| = r$ を満足する $u \in K$ に対して $\phi(u) = \lambda u$、すなわち

$$\begin{cases} \lambda(-\Delta u_1 + bu_1) = au_1u_2^p, & x \in \Omega, \\ \lambda(-\Delta u_2 + du_2) = cu_1, & x \in \Omega, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \\ u_1,\ u_2 \in K,\ \|(u_1, u_2)^T\| = r. \end{cases} \tag{2.2}$$

(2.2) の最初の方程式に u_1 を乗じ、Ω に関して積分すると

$$\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 + b\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 = \frac{a}{\lambda}\int_\Omega u_1^2(x)u_2^p(x)dx \leq \frac{b}{2}\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2.$$

したがって、$u_1 \equiv 0$。
(2.2) の 2 番目の方程式より、$u_2 \equiv 0$。
これは、仮定 $\|u\| = r = (b/2a)^{1/p} > 0$ に矛盾する。 □

次に、補題 2.1の条件 (ii) を確認する。

トランスニュークリア株式会社 坂本 浩紀 原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察 12 / 23

補題 2.1の条件 (i) の確認 (2/2)

補題 2.3の証明.
背理法による。

任意の $\lambda \geq 1$ と $\|u\| = r$ を満足する $u \in K$ に対して $\phi(u) = \lambda u$、すなわち

$$\begin{cases} \lambda(-\Delta u_1 + bu_1) = au_1u_2^p, & x \in \Omega, \\ \lambda(-\Delta u_2 + du_2) = cu_1, & x \in \Omega, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \\ u_1,\ u_2 \in K,\ \|(u_1, u_2)^T\| = r. \end{cases} \tag{2.2}$$

(2.2) の最初の方程式に u_1 を乗じ、Ω に関して積分すると

$$\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 + b\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 = \frac{a}{\lambda}\int_\Omega u_1^2(x)u_2^p(x)dx \leq \frac{b}{2}\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2.$$

したがって、$u_1 \equiv 0$。
(2.2) の 2 番目の方程式より、$u_2 \equiv 0$。
これは、仮定 $\|u\| = r = (b/2a)^{1/p} > 0$ に矛盾する。 □

次に、補題 2.1の条件 (ii) を確認する。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (i) の確認 (2/2)

補題 2.3の証明.
背理法による。

任意の $\lambda \geq 1$ と $\|u\| = r$ を満足する $u \in K$ に対して $\phi(u) = \lambda u$、すなわち

$$\begin{cases} \lambda(-\Delta u_1 + bu_1) = au_1u_2^p, & x \in \Omega, \\ \lambda(-\Delta u_2 + du_2) = cu_1, & x \in \Omega, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \\ u_1,\ u_2 \in K,\ \|(u_1, u_2)^T\| = r. \end{cases} \tag{2.2}$$

(2.2) の最初の方程式に u_1 を乗じ、Ω に関して積分すると

$$\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 + b\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2 = \frac{a}{\lambda}\int_\Omega u_1^2(x)u_2^p(x)dx \leq \frac{b}{2}\|u_1\|_{L^2(\Omega)}^2.$$

したがって、$u_1 \equiv 0$。
(2.2) の 2 番目の方程式より、$u_2 \equiv 0$。
これは、仮定 $\|u\| = r = (b/2a)^{1/p} > 0$ に矛盾する。 □

次に、補題 2.1の条件 (ii) を確認する。

トランスニュークリア株式会社 坂本 浩紀 原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察 12 / 23

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (1/9)

固有値問題

$$\begin{cases} -\Delta\psi = \mu\psi, & x \in \Omega, \\ \psi = 0, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

は、よく知られた以下の特性

- 第一固有値は、$\mu_1 > 0$ かつ単純
- 第一固有関数は、Ω 内で $\varphi_1 > 0$

を有する。
φ_1 を正規化 $\int_\Omega \varphi_1^2(x) = 1$、$\varphi = (\varphi_1, 0)^T \in K \setminus \{\theta\}$ とおき、方程式

$$\phi(u) = u - \lambda\varphi, \quad u \in K,\ \lambda \geq 0,$$

すなわち

$$\begin{cases} -\Delta u_1 + bu_1 = au_1u_2^p + (b+\mu_1)\lambda\varphi_1, & x \in \Omega, \\ -\Delta u_2 + du_2 = cu_1, & x \in \Omega, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \\ u \in K,\ \lambda \geq 0, \end{cases} \tag{2.3}$$

を考える。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (1/9)

固有値問題

$$\begin{cases} -\Delta\psi = \mu\psi, & x \in \Omega, \\ \psi = 0, & x \in \partial\Omega, \end{cases}$$

は、よく知られた以下の特性

- 第一固有値は、$\mu_1 > 0$ かつ単純
- 第一固有関数は、Ω 内で $\varphi_1 > 0$

を有する。
φ_1 を正規化 $\int_\Omega \varphi_1^2(x) = 1$、$\varphi = (\varphi_1, 0)^T \in K \setminus \{\theta\}$ とおき、方程式

$$\phi(u) = u - \lambda\varphi, \quad u \in K,\ \lambda \geq 0,$$

すなわち

$$\begin{cases} -\Delta u_1 + bu_1 = au_1u_2^p + (b+\mu_1)\lambda\varphi_1, & x \in \Omega, \\ -\Delta u_2 + du_2 = cu_1, & x \in \Omega, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \\ u \in K,\ \lambda \geq 0, \end{cases} \tag{2.3}$$

を考える。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　13 / 23

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (2/9)

(2.3) は

$$\begin{cases} \Delta^2 u_2 - b\Delta u_2 - d\Delta u_2 + bdu_2 \\ \quad = -au_2^p \Delta u_2 + adu_2^{p+1} + c(b+\mu_1)\lambda\varphi_1, & x \in \Omega, \\ u_2 = \Delta u_2 = 0, & x \in \partial\Omega, \\ u_2 \geq 0, \end{cases} \tag{2.4}$$

と等価である。

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (3/9)

補題 2.4

$p \in (0, 2)$, $N = 2$ とする。そのとき、定数 $R > r(= (b/2a)^{1/p})$ が存在して、任意の $\lambda \geq 0$ と (2.3) を満足する $u \in K$ に対して、$\|u\| < R$ が成立する。

この証明は非常に複雑なので、証明の概略を 3 つのステップに分割して示す。

注意 2.1

これ以降に現れる定数 C は、評価ごとに変化する定数であり、各々異なる。

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (3/9)

補題 2.4

$p \in (0, 2)$, $N = 2$ とする。そのとき、定数 $R > r(= (b/2a)^{1/p})$ が存在して、任意の $\lambda \geq 0$ と (2.3) を満足する $u \in K$ に対して、$\|u\| < R$ が成立する。

この証明は非常に複雑なので、証明の概略を 3 つのステップに分割して示す。

注意 2.1

これ以降に現れる定数 C は、評価ごとに変化する定数であり、各々異なる。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (3/9)

補題 2.4

$p \in (0, 2)$, $N = 2$ とする。そのとき、定数 $R > r(= (b/2a)^{1/p})$ が存在して、任意の $\lambda \geq 0$ と (2.3) を満足する $u \in K$ に対して、$\|u\| < R$ が成立する。

この証明は非常に複雑なので、証明の概略を 3 つのステップに分割して示す。

注意 2.1

これ以降に現れる定数 C は、評価ごとに変化する定数であり、各々異なる。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　15 / 23

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (4/9)

補題 2.4の証明の概略.
ステップ 1 : $\int_\Omega u_1(x)\varphi_1(x)dx$, $\int_\Omega u_2(x)\varphi_1(x)dx$, $\int_\Omega u_1(x)u_2^p(x)\varphi_1(x)dx$, λ の評価。

(2.4) に φ_1 を乗じ、Ω に関して積分し、Hölder の不等式、Cauchy-Schwarz の不等式を用い、$\mathscr{I} = (\int_\Omega u_2^{p+1}(x)\varphi_1(x)dx)^{1/(p+1)}$ とすると

$$(bd + b\mu_1 + d\mu_1 + \mu_1^2)C\mathscr{I} \geq (bd + b\mu_1 + d\mu_1 + \mu_1^2)\int_\Omega u_2(x)\varphi_1(x)dx$$
$$\geq a\left(d + \frac{\mu_1}{p+1}\right)\mathscr{I}^{p+1} + c(b + \mu_1)\lambda.$$

もし $\mathscr{I}$ が有限の正定数でないならば、この左辺の $\mathscr{I}$ に関する最高次数は 1 で、右辺のそれは $p+1$ なので、$\mathscr{I} \to +\infty$ として右辺は左辺よりも早く発散する。これは上の不等式に矛盾する。
よって、正定数 p に依存するある有限の正定数 $C = C_p$ が存在して

$$\mathscr{I} = \left(\int_\Omega u_2^{p+1}(x)\varphi_1(x)dx\right)^{1/(p+1)} \leq C.$$

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (4/9)

補題 2.4の証明の概略.
ステップ 1 : $\int_\Omega u_1(x)\varphi_1(x)dx$, $\int_\Omega u_2(x)\varphi_1(x)dx$, $\int_\Omega u_1(x)u_2^p(x)\varphi_1(x)dx$, λ の評価。

(2.4) に φ_1 を乗じ、Ω に関して積分し、Hölder の不等式、Cauchy-Schwarz の不等式を用い、$\mathscr{I} = (\int_\Omega u_2^{p+1}(x)\varphi_1(x)dx)^{1/(p+1)}$ とすると

$$(bd + b\mu_1 + d\mu_1 + \mu_1^2)C\mathscr{I} \geq (bd + b\mu_1 + d\mu_1 + \mu_1^2)\int_\Omega u_2(x)\varphi_1(x)dx$$
$$\geq a\left(d + \frac{\mu_1}{p+1}\right)\mathscr{I}^{p+1} + c(b + \mu_1)\lambda.$$

もし $\mathscr{I}$ が有限の正定数でないならば、この左辺の $\mathscr{I}$ に関する最高次数は 1 で、右辺のそれは $p+1$ なので、$\mathscr{I} \to +\infty$ として右辺は左辺よりも早く発散する。これは上の不等式に矛盾する。
よって、正定数 p に依存するある有限の正定数 $C = C_p$ が存在して

$$\mathscr{I} = \left(\int_\Omega u_2^{p+1}(x)\varphi_1(x)dx\right)^{1/(p+1)} \leq C.$$

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　16 / 23

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (4/9)

補題 2.4の証明の概略.
ステップ 1 : $\int_\Omega u_1(x)\varphi_1(x)dx$, $\int_\Omega u_2(x)\varphi_1(x)dx$, $\int_\Omega u_1(x)u_2^p(x)\varphi_1(x)dx$, λ の評価。

(2.4) に φ_1 を乗じ、Ω に関して積分し、Hölder の不等式、Cauchy-Schwarz の不等式を用い、$\mathscr{I} = (\int_\Omega u_2^{p+1}(x)\varphi_1(x)dx)^{1/(p+1)}$ とすると

$$
\begin{aligned}
(bd + b\mu_1 + d\mu_1 + \mu_1^2)C\mathscr{I} &\geq (bd + b\mu_1 + d\mu_1 + \mu_1^2)\int_\Omega u_2(x)\varphi_1(x)dx \\
&\geq a\left(d + \frac{\mu_1}{p+1}\right)\mathscr{I}^{p+1} + c(b+\mu_1)\lambda.
\end{aligned}
$$

もし $\mathscr{I}$ が有限の正定数でないならば、この左辺の $\mathscr{I}$ に関する最高次数は 1 で、右辺のそれは $p+1$ なので、$\mathscr{I} \to +\infty$ として右辺は左辺よりも早く発散する。これは上の不等式に矛盾する。
よって、正定数 p に依存するある有限の正定数 $C = C_p$ が存在して

$$
\mathscr{I} = \left(\int_\Omega u_2^{p+1}(x)\varphi_1(x)dx\right)^{1/(p+1)} \leq C.
$$

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (4/9)

補題 2.4の証明の概略.
ステップ 1 : $\int_\Omega u_1(x)\varphi_1(x)dx$, $\int_\Omega u_2(x)\varphi_1(x)dx$, $\int_\Omega u_1(x)u_2^p(x)\varphi_1(x)dx$, λ の評価。

(2.4) に φ_1 を乗じ、Ω に関して積分し、Hölder の不等式、Cauchy-Schwarz の不等式を用い、$\mathscr{I} = (\int_\Omega u_2^{p+1}(x)\varphi_1(x)dx)^{1/(p+1)}$ とすると

$$
\begin{aligned}
(bd + b\mu_1 + d\mu_1 + \mu_1^2)C\mathscr{I} &\geq (bd + b\mu_1 + d\mu_1 + \mu_1^2)\int_\Omega u_2(x)\varphi_1(x)dx \\
&\geq a\left(d + \frac{\mu_1}{p+1}\right)\mathscr{I}^{p+1} + c(b+\mu_1)\lambda.
\end{aligned}
$$

もし $\mathscr{I}$ が有限の正定数でないならば、この左辺の $\mathscr{I}$ に関する最高次数は 1 で、右辺のそれは $p+1$ なので、$\mathscr{I} \to +\infty$ として右辺は左辺よりも早く発散する。これは上の不等式に矛盾する。
よって、正定数 p に依存するある有限の正定数 $C = C_p$ が存在して

$$
\mathscr{I} = \left(\int_\Omega u_2^{p+1}(x)\varphi_1(x)dx\right)^{1/(p+1)} \leq C.
$$

トランスニュークリア株式会社 坂本 浩紀 原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察 16 / 23

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (5/9)

よって

- $\int_\Omega u_2(x)\varphi_1(x)dx \leq C$
- $\lambda \leq C$（この評価なしでは最大値ノルムのアプリオリ評価ができない）

が得られる。

(2.3) の 2 つの方程式に φ_1 を乗じ、Ω に関して積分し

- $\int_\Omega u_1(x)\varphi_1(x)dx \leq C$
- $\int_\Omega u_1(x)u_2^p(x)\varphi_1(x)dx \leq C$

が得られる。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (5/9)

よって

- $\int_\Omega u_2(x)\varphi_1(x)dx \leq C$
- $\lambda \leq C$（この評価なしでは最大値ノルムのアプリオリ評価ができない）

が得られる。

(2.3) の 2 つの方程式に φ_1 を乗じ、Ω に関して積分し

- $\int_\Omega u_1(x)\varphi_1(x)dx \leq C$
- $\int_\Omega u_1(x)u_2^p(x)\varphi_1(x)dx \leq C$

が得られる。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　17 / 23

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (6/9)

ステップ 2 : $\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}$, $\|\nabla u_2\|_{L^2(\Omega)}$ の評価。

(2.3) の最初の方程式に u_1 を乗じ、Ω に関して積分し、Hölder の不等式、ステップ 1 の評価、Sobolev の埋め込み定理、補題 2.2（$N=2$, $\tau=1\in[0,1]$ により $s=2$）を用い

$$
\begin{aligned}
\|\nabla u_1\|^2_{L^2(\Omega)} &\le C\left(\int_\Omega u_1^{2+p}(x)u_2^p(x)\delta^{-p}(x)dx\right)^{1/(1+p)}+C \\
&\le C\left[\left(\int_\Omega (u_1^{2+p}(x))^{2/(2-p)}dx\right)^{(2-p)/2}\times\right. \\
&\quad\left.\times\left(\int_\Omega (u_2^p(x)\delta^{-p}(x))^{2/p}dx\right)^{p/2}\right]^{1/(1+p)}+C \\
&= C\|u_1\|^{(2+p)/(1+p)}_{L^{2(2+p)/(2-p)}(\Omega)}\|u_2\delta^{-1}\|^{p/(1+p)}_{L^2(\Omega)}+C \\
&\le C\|\nabla u_1\|^{(2+p)/(1+p)}_{L^2(\Omega)}\|\nabla u_2\|^{p/(1+p)}_{L^2(\Omega)}+C.
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

なお、$\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}$ を評価する過程において、$p\in(0,2)$, $N=2$ の制約がつく。

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (6/9)

ステップ 2 : $\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}$, $\|\nabla u_2\|_{L^2(\Omega)}$ の評価。

(2.3) の最初の方程式に u_1 を乗じ、Ω に関して積分し、Hölder の不等式、ステップ 1 の評価、Sobolev の埋め込み定理、補題 2.2（$N=2$, $\tau=1\in[0,1]$ により $s=2$）を用い

$$
\begin{aligned}
\|\nabla u_1\|^2_{L^2(\Omega)} &\le C\left(\int_\Omega u_1^{2+p}(x)u_2^p(x)\delta^{-p}(x)dx\right)^{1/(1+p)}+C \\
&\le C\left[\left(\int_\Omega (u_1^{2+p}(x))^{2/(2-p)}dx\right)^{(2-p)/2}\times\right. \\
&\quad\left.\times\left(\int_\Omega (u_2^p(x)\delta^{-p}(x))^{2/p}dx\right)^{p/2}\right]^{1/(1+p)}+C \\
&= C\|u_1\|^{(2+p)/(1+p)}_{L^{2(2+p)/(2-p)}(\Omega)}\|u_2\delta^{-1}\|^{p/(1+p)}_{L^2(\Omega)}+C \\
&\le C\|\nabla u_1\|^{(2+p)/(1+p)}_{L^2(\Omega)}\|\nabla u_2\|^{p/(1+p)}_{L^2(\Omega)}+C.
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

なお、$\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}$ を評価する過程において、$p\in(0,2)$, $N=2$ の制約がつく。

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (6/9)

ステップ 2：$\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}$, $\|\nabla u_2\|_{L^2(\Omega)}$ の評価。

(2.3) の最初の方程式に u_1 を乗じ、Ω に関して積分し、Hölder の不等式、ステップ 1 の評価、Sobolev の埋め込み定理、補題 2.2（$N=2$, $\tau=1\in[0,1]$ により $s=2$）を用い

$$
\begin{aligned}
\|\nabla u_1\|^2_{L^2(\Omega)} &\le C\Big(\int_\Omega u_1^{2+p}(x)u_2^p(x)\delta^{-p}(x)dx\Big)^{1/(1+p)} + C\\
&\le C\Big[\Big(\int_\Omega (u_1^{2+p}(x))^{2/(2-p)}dx\Big)^{(2-p)/2}\times\\
&\quad\times\Big(\int_\Omega (u_2^p(x)\delta^{-p}(x))^{2/p}dx\Big)^{p/2}\Big]^{1/(1+p)} + C\\
&= C\|u_1\|^{(2+p)/(1+p)}_{L^{2(2+p)/(2-p)}(\Omega)}\|u_2\delta^{-1}\|^{p/(1+p)}_{L^2(\Omega)} + C\\
&\le C\|\nabla u_1\|^{(2+p)/(1+p)}_{L^2(\Omega)}\|\nabla u_2\|^{p/(1+p)}_{L^2(\Omega)} + C.
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

なお、$\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)}$ を評価する過程において、$p\in(0,2)$, $N=2$ の制約がつく。

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (7/9)

(2.3) の 2 番目の方程式に u_2 を乗じ、Ω に関して積分し、ステップ 1 の評価、Cauchy-Schwarz の不等式、補題 2.2（$N=2$, $\tau=1/2\in[0,1]$ により $s=4$)、Young の不等式を用い

$$
\begin{aligned}
\|\nabla u_2\|^2_{L^2(\Omega)} &= C\Big(\int_\Omega (u_1^2(x)\delta^{-1}(x))(u_2^2(x)\delta^{-1}(x))dx\Big)^{1/3}\\
&\le C\Big(\int_\Omega u_1^4(x)\delta^{-2}(x)dx\Big)^{1/6}\Big(\int_\Omega u_2^4(x)\delta^{-2}(x)dx\Big)^{1/6}\\
&= C\|u_1\delta^{-1/2}\|^{2/3}_{L^4(\Omega)}\|u_2\delta^{-1/2}\|^{2/3}_{L^4(\Omega)}\\
&\le C\|\nabla u_1\|^{2/3}_{L^2(\Omega)}\|\nabla u_2\|^{2/3}_{L^2(\Omega)}\\
&\le C\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)} + \frac{1}{3}\|\nabla u_2\|^2_{L^2(\Omega)},
\end{aligned}
$$

すなわち

$$
\|\nabla u_2\|_{L^2(\Omega)} \le C\|\nabla u_1\|^{1/2}_{L^2(\Omega)}. \tag{2.6}
$$

なお、$\|\nabla u_2\|_{L^2(\Omega)}$ を評価する過程において、$N=2$ の制約がつく。

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (7/9)

(2.3) の 2 番目の方程式に u_2 を乗じ、Ω に関して積分し、ステップ 1 の評価、Cauchy-Schwarz の不等式、補題 2.2（$N=2$, $\tau=1/2\in[0,1]$ により $s=4$)、Young の不等式を用い

$$\begin{aligned}
\|\nabla u_2\|^2_{L^2(\Omega)} &= C\left(\int_\Omega (u_1^2(x)\delta^{-1}(x))(u_2^2(x)\delta^{-1}(x))dx\right)^{1/3} \\
&\le C\left(\int_\Omega u_1^4(x)\delta^{-2}(x)dx\right)^{1/6}\left(\int_\Omega u_2^4(x)\delta^{-2}(x)dx\right)^{1/6} \\
&= C\|u_1\delta^{-1/2}\|^{2/3}_{L^4(\Omega)}\|u_2\delta^{-1/2}\|^{2/3}_{L^4(\Omega)} \\
&\le C\|\nabla u_1\|^{2/3}_{L^2(\Omega)}\|\nabla u_2\|^{2/3}_{L^2(\Omega)} \\
&\le C\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)} + \frac{1}{3}\|\nabla u_2\|^2_{L^2(\Omega)},
\end{aligned}$$

すなわち

$$\|\nabla u_2\|_{L^2(\Omega)} \le C\|\nabla u_1\|^{1/2}_{L^2(\Omega)}. \tag{2.6}$$

なお、$\|\nabla u_2\|_{L^2(\Omega)}$ を評価する過程において、$N=2$ の制約がつく。

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (8/9)

(2.5)、(2.6)、ε 付きの Young の不等式を用い

- $\|\nabla u_1\|_{L^2(\Omega)} \le C$
- $\|\nabla u_2\|_{L^2(\Omega)} \le C$

が得られる。

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (9/9)

ステップ 3：最大値ノルム $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)}$, $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)}$ の評価。

ステップ 2 の評価と Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_1\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty,$$
$$\|u_2\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

(2.3) の 2 番目の方程式に L^q 理論を用い

$$\|u_2\|_{W^{2,q}(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

再度、Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_2\|_{C^\alpha(\Omega)} \le C, \quad 0 < \alpha < 1.$$

したがって

- $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$
- $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$

が得られる。
最後に、$R > C$ を選び証明は完了する。 □

補題 2.3と補題 2.4により、定理 2.1の証明は完了する。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (9/9)

ステップ 3：最大値ノルム $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)}$, $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)}$ の評価。

ステップ 2 の評価と Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_1\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty,$$
$$\|u_2\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

(2.3) の 2 番目の方程式に L^q 理論を用い

$$\|u_2\|_{W^{2,q}(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

再度、Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_2\|_{C^\alpha(\Omega)} \le C, \quad 0 < \alpha < 1.$$

したがって

- $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$
- $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$

が得られる。
最後に、$R > C$ を選び証明は完了する。 □

補題 2.3と補題 2.4により、定理 2.1の証明は完了する。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　21 / 23

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (9/9)

ステップ 3：最大値ノルム $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)}$, $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)}$ の評価。

ステップ 2 の評価と Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_1\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty,$$
$$\|u_2\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

(2.3) の 2 番目の方程式に L^q 理論を用い

$$\|u_2\|_{W^{2,q}(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

再度、Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_2\|_{C^\alpha(\Omega)} \le C, \quad 0 < \alpha < 1.$$

したがって

- $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$
- $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$

が得られる。
最後に、$R > C$ を選び証明は完了する。 □

補題 2.3と補題 2.4により、定理 2.1の証明は完了する。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (9/9)

ステップ 3：最大値ノルム $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)}$, $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)}$ の評価。

ステップ 2 の評価と Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_1\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty,$$
$$\|u_2\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

(2.3) の 2 番目の方程式に L^q 理論を用い

$$\|u_2\|_{W^{2,q}(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

再度、Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_2\|_{C^\alpha(\Omega)} \le C, \quad 0 < \alpha < 1.$$

したがって

- $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$
- $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$

が得られる。
最後に、$R > C$ を選び証明は完了する。 □

補題 2.3と補題 2.4により、定理 2.1の証明は完了する。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　21 / 23

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (9/9)

ステップ **3**：最大値ノルム $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)}$, $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)}$ の評価。

ステップ **2** の評価と Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_1\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty,$$
$$\|u_2\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

(2.3) の **2** 番目の方程式に L^q 理論を用い

$$\|u_2\|_{W^{2,q}(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

再度、Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_2\|_{C^\alpha(\Omega)} \le C, \quad 0 < \alpha < 1.$$

したがって

- $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$
- $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$

が得られる。
最後に、$R > C$ を選び証明は完了する。 □

補題 2.3と補題 2.4により、定理 2.1の証明は完了する。

はじめに
正値定常解
おわりに
数理モデル
証明のアイデア
定理
証明

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (9/9)

ステップ **3**：最大値ノルム $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)}$, $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)}$ の評価。

ステップ **2** の評価と Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_1\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty,$$
$$\|u_2\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

(2.3) の **2** 番目の方程式に L^q 理論を用い

$$\|u_2\|_{W^{2,q}(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

再度、Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_2\|_{C^\alpha(\Omega)} \le C, \quad 0 < \alpha < 1.$$

したがって

- $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$
- $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$

が得られる。
最後に、$R > C$ を選び証明は完了する。 □

補題 2.3と補題 2.4により、定理 2.1の証明は完了する。

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　21 / 23

補題 2.1の条件 (ii) の確認 (9/9)

ステップ 3：最大値ノルム $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)}$, $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)}$ の評価。

ステップ 2 の評価と Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_1\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty,$$
$$\|u_2\|_{L^q(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

(2.3) の 2 番目の方程式に L^q 理論を用い

$$\|u_2\|_{W^{2,q}(\Omega)} \le C, \quad 2 \le q < \infty.$$

再度、Sobolev の埋め込み定理を用い

$$\|u_2\|_{C^\alpha(\Omega)} \le C, \quad 0 < \alpha < 1.$$

したがって

- $\|u_2\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$
- $\|u_1\|_{L^\infty(\Omega)} \le C$

が得られる。
最後に、$R > C$ を選び証明は完了する。 □

補題 2.3と補題 2.4により、定理 2.1の証明は完了する。

結果と今後の課題

結果

- 原子炉動特性から生じる非線形モデル (2.1) について、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題を利用して、$p \in (0,2)$, $N = 2$ のとき少なくとも 1 つの正値定常解を持つことを証明した。

今後の課題

- (2.1) について、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題を利用して、定理以外の p と N の制約（特に興味深いのは、$N = 3$ のとき p はどの範囲まで許容できるのか）において、少なくとも 1 つの正値定常解を持つことを証明することである。
- (2.1) について、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題を利用せずに、『小さい正値定常解の存在と一意性』の証明が可能か？

結果と今後の課題

結果

- 原子炉動特性から生じる非線形モデル (2.1) について、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題を利用して、$p \in (0,2)$, $N = 2$ のとき少なくとも 1 つの正値定常解を持つことを証明した。

今後の課題

- (2.1) について、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題を利用して、定理以外の p と N の制約（特に興味深いのは、$N = 3$ のとき p はどの範囲まで許容できるのか）において、少なくとも 1 つの正値定常解を持つことを証明することである。
- (2.1) について、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題を利用せずに、『小さい正値定常解の存在と一意性』の証明が可能か？

はじめに
正値定常解
おわりに
結論

結果と今後の課題

結果

- 原子炉動特性から生じる非線形モデル (2.1) について、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題を利用して、$p \in (0,2)$, $N = 2$ のとき少なくとも 1 つの正値定常解を持つことを証明した。

今後の課題

- (2.1) について、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題を利用して、定理以外の p と N の制約（特に興味深いのは、$N = 3$ のとき p はどの範囲まで許容できるのか）において、少なくとも 1 つの正値定常解を持つことを証明することである。
- (2.1) について、Brezis と Turner により証明された 2 つの補題を利用せずに、『小さい正値定常解の存在と一意性』の証明が可能か？

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　22 / 23

ご清聴ありがとうございました

はじめに
正値定常解
おわりに

ご清聴ありがとうございました

トランスニュークリア株式会社　坂本　浩紀　原子炉動特性から生じる非線形モデルの数学的考察　23 / 23

核変換物理実験施設(TEF-P)を用いた加速器駆動システムのための ビーム変動実験の検討

Examination of Beam Variation Experiment for Accelerator Driven System by Using TEF-P

東北大　○山口 裕輝　　相澤 直人　　岩崎 智彦

Hiroki Yamaguchi　Naoto Aizawa　Tomohiko Iwasaki

加速器駆動システムでは,供給される陽子ビームの運転時における入射位置や形状の変動が想定される.本研究ではビームの変動が炉心に与える影響を実験的に把握することを目的とした実験の検討を行った.

キーワード：加速器駆動システム,核変換物理実験施設,ビーム変動事象

1.緒言

加速器駆動システム（ADS）では,供給される陽子ビームの運転時における入射位置の変化やビーム形状の変化(以下ビーム変動事象と呼ぶ)が想定される.このビーム変動事象による燃料被覆管の損傷の危険性が指摘されており[1],ADS の安全性の向上にはビーム変動事象の炉心への影響を実験的に把握することが不可欠である.しかしビーム変動事象に関する実験データはほとんど無く,新たな実験が必要である.そこで本研究では,JAEA において建設が計画されている核変換物理実験施設（TEF-P）によるビーム変動事象に関する実験を想定し,ビーム変動事象による影響がどの程度現れるかの調査を行った.

2.解析条件

解析に用いた TEF-P で想定される実験炉心を Fig.1 に示す.炉心中央 1×1 領域には鉛ターゲットが存在し,これに入射するビームの条件を変化させることでビーム変動事象を模擬した.1×1 領域を除く中央 5×5 領域には MA 燃料が装荷されている.MA 燃料の周囲にはドライバー燃料,鉛,劣化ウランブロック(DUB)が順に装荷されている.ビーム変動事象としてビーム入射位置移動事象,径拡大事象を想定した.ビーム径が 0cm,ビーム入射位置がターゲット中央となる条件を基準に,入射位置移動事象ではビーム入射位置を径方向に向かって 1cm,2cm と変化させた.また径拡大事象ではビーム直径を 1cm,3cm,5cm と変化させた.これらの事象が起こった場合の集合体内の中性子束分布を,固定源問題として PHITS を用いて計算した.これらの結果を用いてビーム変動事象の有無による炉心への影響として中性子束分布の変動を調査した.

3.解析結果

ビーム入射位置移動事象,および径拡大事象が与える径方向中性子束分布の変化をそれぞれ Fig.2 に示す.どちらも陽子ビーム入射位置より軸方向に 2.65cm 離れた位置における中性子束分布を比較している.ビーム入射位置移動事象では,ターゲットに隣接する格子管で最大 48.1%の中性子束の増加が見られ,有意な差異が生じている.よってビーム入射位置移動事象は,TEF-P の実験により炉心への影響を測定できる可能性があることが分かった.一方径拡大事象に関しては,中性子束分布の変化は軽微であり,影響を測定することが難しいことが分かった.

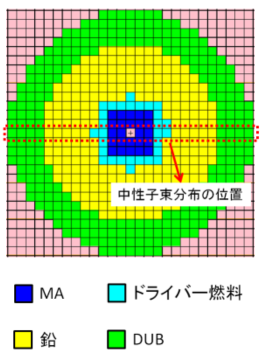


Fig.1 解析体系

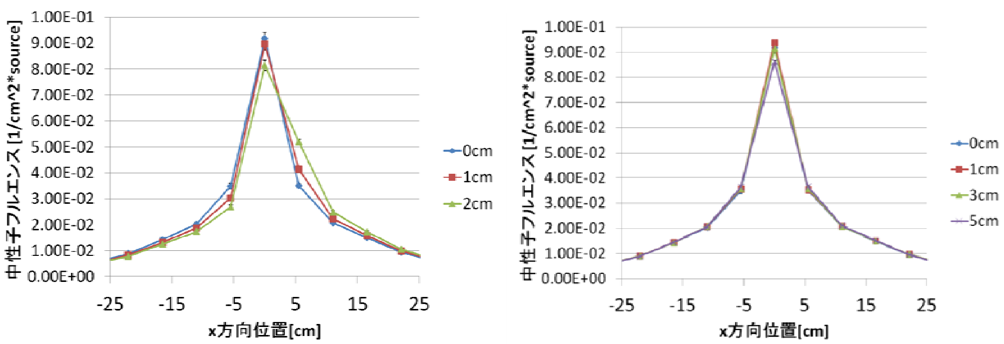


Fig.2 ビーム変動事象による中性子束分布の変化(左:入射位置移動,右:径拡大)

[1] N.AIZAWA,et al,“Thermoelastic analyses of cladding on beam transient of lead-bismuth cooled accelerator-driven system” J.Nucl.Technol.49(2012),pp.888-896

2015年12月3日　第４回 炉物理専門研究会

核変換物理実験施設(TEF-P)を用いた加速器駆動システムのためのビーム変動実験の検討

東北大学大学院工学研究科　量子エネルギー工学専攻
中性子デバイス工学研究室
修士1年　山口裕輝

目次

1. 背景

1.1 核変換処理と加速器駆動システム

◆ 核変換処理の研究

- ➢ マイナーアクチニド(MA), 長寿命核分裂生成物(LLFP)等の長寿命・高毒性核種を**低寿命・低毒性・安定核種へ変換**
- ➢ 高レベル放射性廃棄物を処分する際の**負担軽減**

◆ 加速器駆動システム

- ➢ 核変換能力に優れた原子炉

(ADSの利点)

- ・大きな反応度裕度
- ・多量のMAが装荷可能
- ・加速器の停止による原子炉の停止

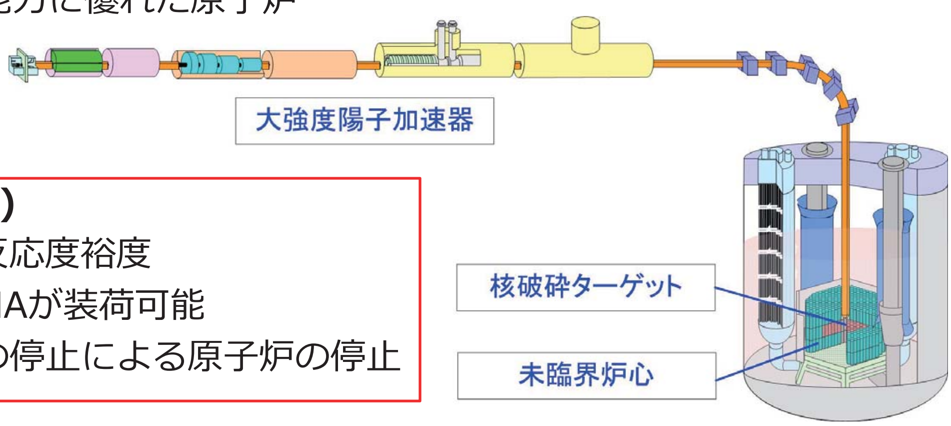


図1.ADSの模式図

1.2 加速器駆動システムにおけるビーム変動事象

[ビーム変動事象]

◆ **加速器の変動や地震などによって，ターゲットに入射するビームの状態が変動する事象**

✓ 炉心全体における出力変動は発生しない
✓ 入射する際のビーム状態の監視が困難

→ **局所的な出力変化が生じても検出することが難しい**

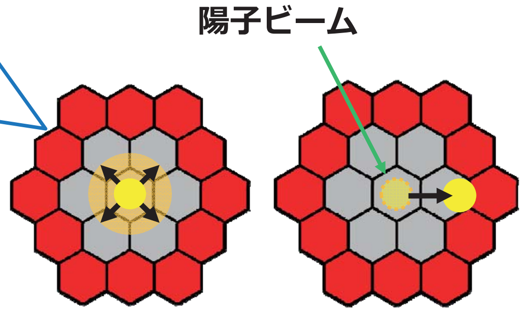


図2.ビーム変動事象

✓ ビームの変動によって**燃料被覆管温度が上昇**し，安全性に問題が発生することが指摘

[過去の研究]

➢ ビーム変動事象に対するADSの安全設計に関する研究(解析)
➢ KUCAを用いたビーム変動実験(反応率分布測定)

(東北大学　相澤の研究)

2. ビーム変動事象に関する過去の研究

2.1 ビーム変動事象に関する解析（過去の研究）

◆ ビームの入射位置・形状が変化した場合の炉内中性子束分布の変化を解析

(解析条件)

解析対象：800MW級PB-Bi冷却ADS
燃料仕様：(MA+Pu)N+ZrN
ビームエネルギー：1.5GeV
実効増倍率：0.95
計算コード：ADSEコード(東北大で開発)

(解析事象)

- ビーム径拡大事象
- ビーム扁平事象
- **ビーム入射位置移動事象**

ビーム径：1cm,10cm,20cm,30cm
X方向移動： 5cm,10cm,15cm,20cm,25cm

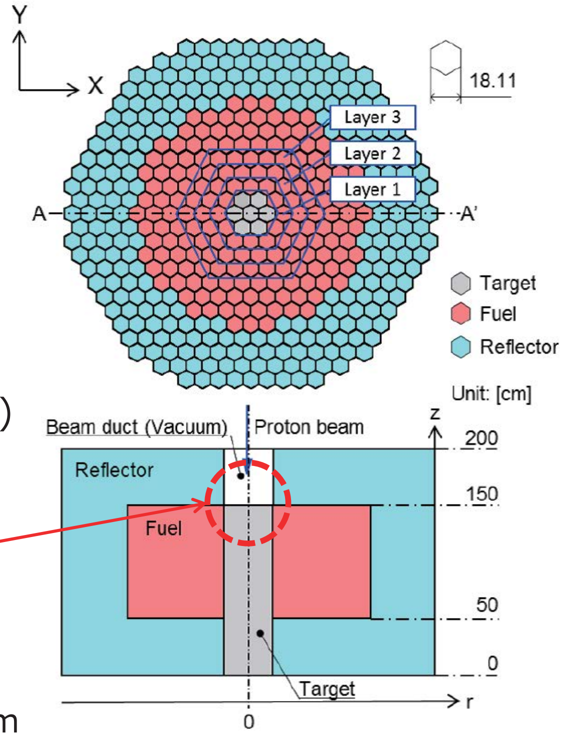


図3.解析対象となるADS

2.1 ビーム変動事象に関する解析（過去の研究）

◆ **ビーム入射位置移動事象**（ビーム径 1cm）

- 径方向の中性子束分布を軸方向ノードの総和で表示

✓ 中性子束のピークが燃料領域に接近し，**中性子束増加**
(中性子源の接近＋核分裂の増加)

✓ ビーム径 1cm, 25cm移動がビーム変動事象の中で最も過酷な事象

図1. 中性子束増加割合（ターゲット近傍）

移動距離[cm]	増加割合[%]
5	8.5
10	20
15	34
20	54
25	72

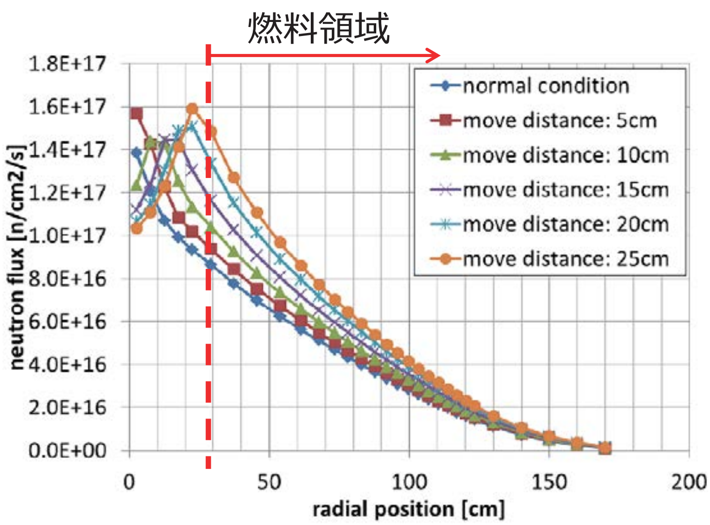


図4. ビーム変動事象による中性子束分布の変化

2.2 ビーム変動事象に関する実験（過去の研究）

◆ **KUCA-A架台を用いた反応率分布測定**

- A1/8”P60EU-EU 炉心
- 重水素ビームを曲げることでビーム変動を模擬

（放射化検出器）

・インジウム線　　（反応率分布測定）

・ニオブ箔　　　（規格化）

✓ インジウム線を2cmごとに切断し,各位置の反応率を求める

・大きな差異の見られない結果

・実験方法の改善が必要

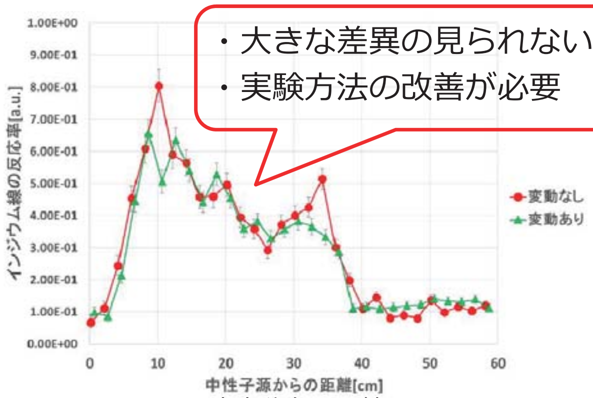


図6. 反応率分布の比較

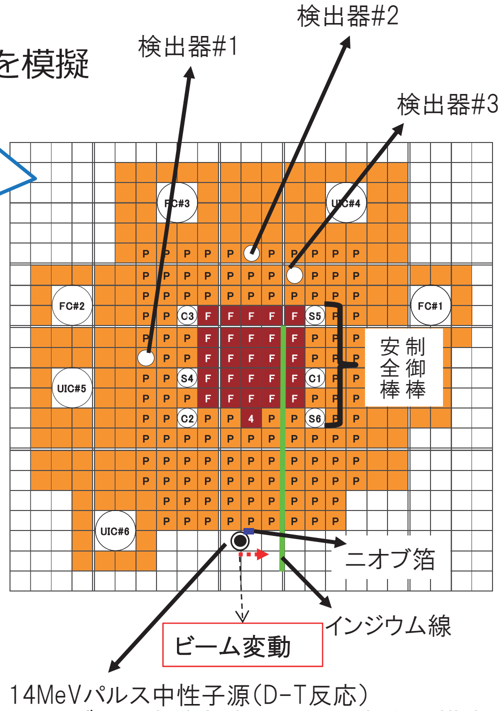


図5. ビーム変動実験におけるA架台の構成

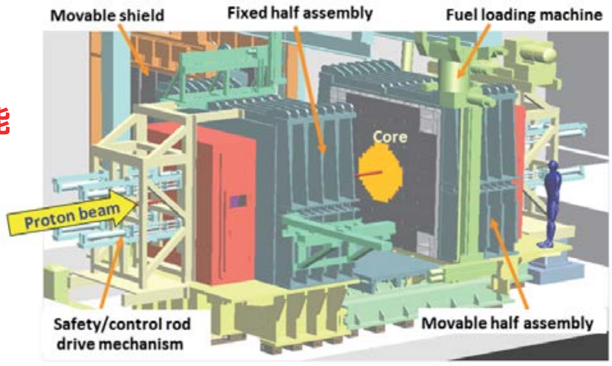
3. 核変換物理実験施設を用いたビーム変動実験の検討

3.1 核変換物理実験施設の概要

◆ **ADSによる核変換技術の成立性に関わる原子炉物理及び運転制御に関する研究開発**

実機により近い環境での実験が可能

- 水平分割型臨界集合体
- 四角柱格子管(55.2mm正方形断面, 長さ1324mm)を直方体状に51行×51行積み重ねた構造
- 中心格子管部に最大10W, 400MeV陽子ビームを導入可能
- 中心5×5格子管領域にMA燃料を装荷可能



(装荷する主な物質)

- 低濃縮ウラン (LEU)
- 劣化ウラン (DUB)
- MA燃料 (MA)
- 鉛ターゲット (Pb-T)
- 鉛反射体 (Pb-R)

✓ 引き出しに板状燃料を入れ格子管に挿入

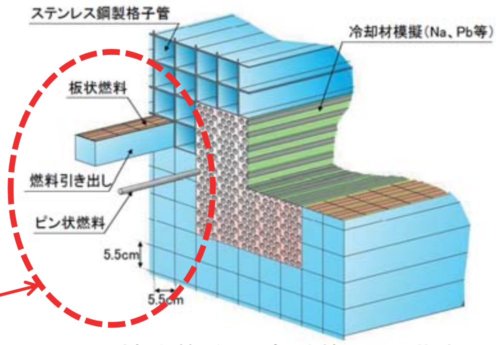


図7.核変換物理実験施設の構成

3.2 解析の目的

◆ **加速器駆動システムでは、供給される陽子ビームの位置や形状が運転中に変化することが考えられる**

✓ ADSの安全性向上のため, ビーム変動による出力分布の変動を**実験的に把握する必要性**

✓ ビーム変動事象に関する実験データはほとんどなく, **新たな実験**が必要

[解析の目的]

実機ADSの環境により近い核変換物理実験施設を用いたビーム変動事象に関する実験の検討を行う

- ビーム入射位置移動事象, ビーム径拡大事象を想定し, これらが起こった場合の集合体内中性子束分布を計算
- 実験を行った場合に観測可能な程度の差異が中性子束分布に生じるかどうか検証

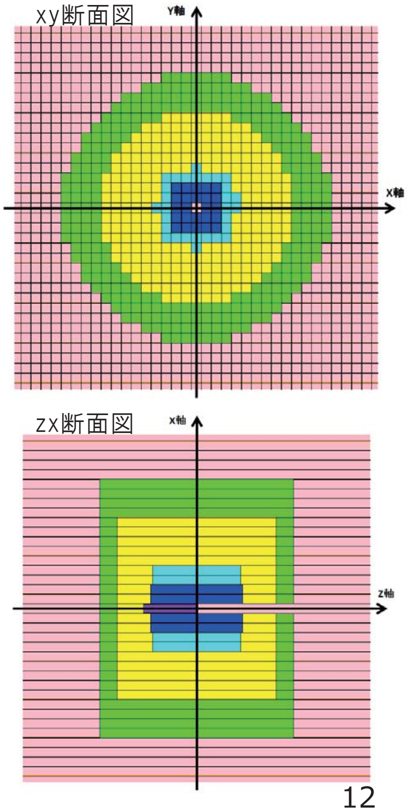
3.2 解析の条件

（解析に用いる体系）

◆ **MAを装荷したTEF-P実験体系の最小炉心**

- 炉心中央の5×5領域にMAを配置(**青**)
- MAの周囲にドライバー燃料を配置(**水色**)
- さらにその周囲をPb(**黄色**), DUB(**緑**)で囲む
- 中心格子管にビームダクト, Pbターゲット(**紫**)
- 空の格子管(**赤**)
- 400MeV陽子ビームをz軸正方向から導入

✓ 燃料は均質化した状態
MCNP6による計算で, 実効増倍率 0.99968
(間隙効果により,MAを非均質で扱う場合は実効増倍率が減少する)



（解析に用いるコード・核データ）

- 解析コード：PHITS (固定源計算)
- 核データライブラリ：JENDL-4.0

3.2 解析の条件

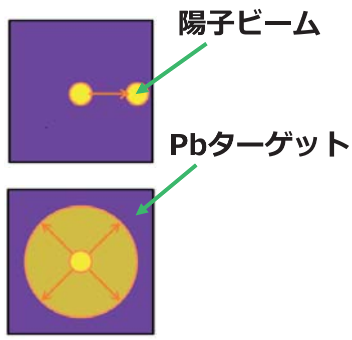
（解析項目）

(1) ビーム入射位置移動事象

- 半径0cmの点状ペンシルビームを仮定
- 入射位置を x=0cm（ターゲット中心）, 1cm, 2cmと変動

(2) ビーム径拡大事象

- ペンシルビームを仮定
- ビーム直径を0cm, 1cm, 3cm, 5cmと変動

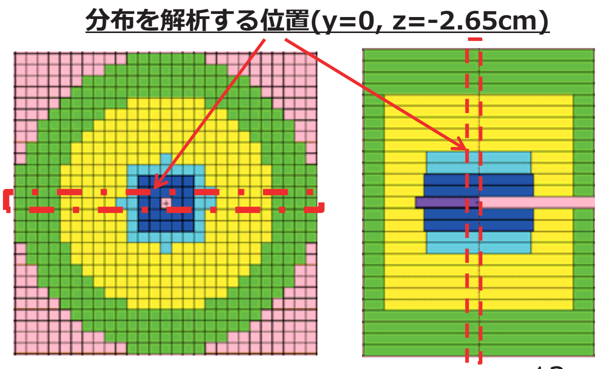


◆ **メッシュ**

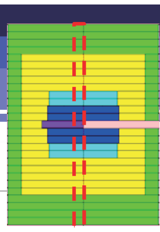
xy方向：各格子管中央にメッシュを設定
zx方向：MA燃料が装荷されている領域を10分割(5.3cmごと)

◆ **分布の解析位置**

もっとも中性子源の影響が大きいと考えられるz=-2.65cmとなる位置について解析



3.3 解析の結果・考察：入射位置移動事象



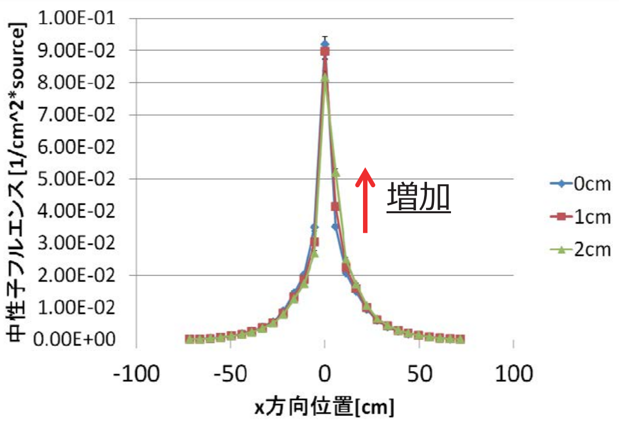


図8. z=-2.65cmにおける径方向中性子束分布

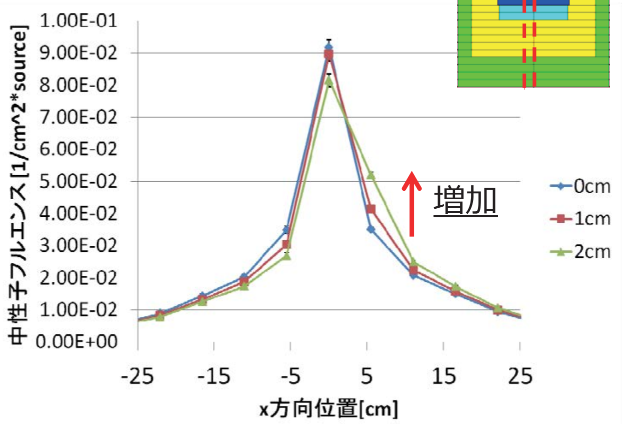


図9. z=-2.65cmにおける径方向中性子束分布(MA燃料)

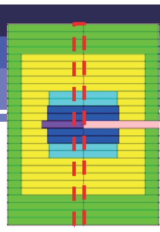
- **ターゲットに隣接する格子管で最大48.1%の中性子束増加**

  ⇢ 1cm：17.8%　2cm：**48.1%**

✓ 過去の解析結果と同様に中性子束の増加が見られ，かつ有意な差異が生じている

✓ ビームがMA燃料に接近することによるMAの核分裂増加による影響も現れているかの検証が必要

3.3 解析の結果・考察：径拡大事象



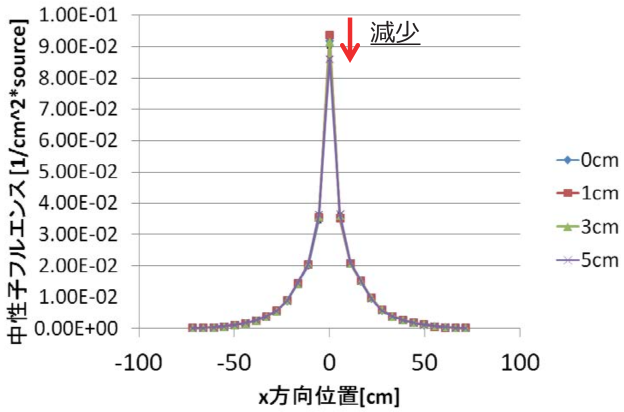


図10. z=-2.65cmにおける径方向中性子束分布

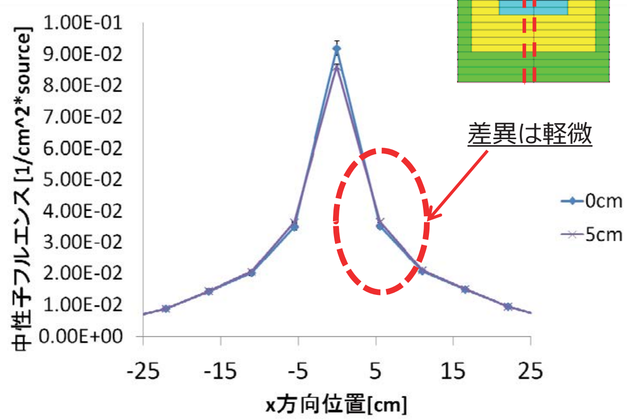


図11. z=-2.65cmにおける径方向中性子束分布(MA燃料)

- **ターゲットに隣接する格子管で最大4.38%の中性子束増加**

  ⇢ 1cm：1.83%　3cm：2.87%　5cm：**4.38%**

✓ ビーム端がMA燃料に接近することによる中性子束の増加は発生するが，変化は軽微であり，ビーム径拡大による影響を実験で測定することは困難

4. まとめ

◆ **核変換物理実験施設を用いたビーム変動事象に関する実験の検討を行った**

- ビーム変動事象により, 集合体内の中性子束分布がどのように変化するか
- 実験を行った場合に観測可能な程度の有意な差異が生じるか

（解析結果のまとめ）

- **ビーム入射位置移動事象**
  - 最大で48.1%の中性子束の増加
  - 有意な差異が生じ、実験で観測可能と考えられる
- **ビーム径拡大事象**
  - 最大で4.38%の中性子束の増加
  - 有意な差異が生じず、実験での観測は難しいと考えられる

（今後の課題）

- 実効増倍率がより小さい炉心を用いた場合の解析
- 中性子スペクトルの解析
- MAを用いないウランのみを用いた炉心での解析

空　白

（縦横 30mm のスペースを必ず空ける）

ドップラー効果による断面積変化に関する検討

Study on Relative Change of Cross-Sections Caused by Doppler Effect

阪大　○土淵昇　北田孝典

Noboru DOBUCHI　Takanori KITADA

トリウム燃料のドップラー反応度はウラン燃料と比較して負側に大きくなる。これはトリウム 232(^{232}Th)の方がウラン 238(^{238}U)よりもドップラー効果による捕獲断面積の変化率が大きいことに起因する。本検討では、ドップラー効果による捕獲断面積変化率に影響を与える要因を調査した。

キーワード：**ドップラー効果, 半値幅, Breit-Wigner 一準位公式**

１．緒言

トリウム燃料のドップラー反応度がウラン燃料よりも負側に大きくなるのは、^{232}Th の方が ^{238}U よりもドップラー効果によって共鳴断面積の変化率が大きいことに起因する。これは ^{232}Th の方が ^{238}U よりも共鳴の半値幅が小さいことによるものであると考察した。(第 3 回炉物理専門研究会にて発表) 5~500eV における ^{238}U の捕獲断面積変化率と半値幅の関係を図 1 に示す。半値幅が小さい共鳴を含むエネルギー群において捕獲断面積変化率が小さいという傾向が見られないエネルギー群が存在する。本検討では、ドップラー効果による共鳴断面積変化率に影響を与える要因について検討した。

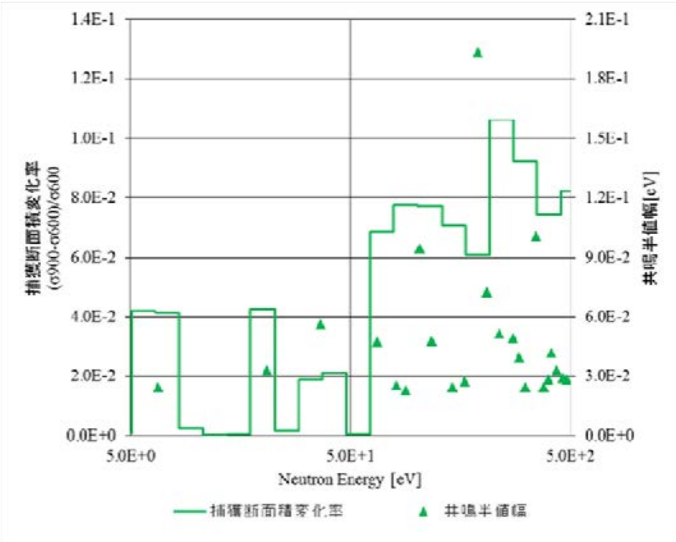


図1 ^{238}Uの捕獲断面積変化率と半値幅の関係

２．方法

^{238}U について、5~500eV に存在する共鳴における断面積変化率を MVP version 2 により計算した。また、Breit-Wigner の一準位公式に温度依存性を考慮すると、共鳴断面積は式(1)で表され、式(2)から一準位共鳴における断面積変化率を算出したものと比較し、共鳴断面積変化率に影響を与えるパラメータを明らかにした。

$$\sigma_\gamma = \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma}\sigma_0 \psi(\mathrm{x},\xi) \quad \cdots (1)$$

$$\psi(\mathrm{x},\xi) = \frac{\xi}{\sqrt{4\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{1}{1+p^2} \exp\left\{-\frac{\xi^2(x-p)^2}{4}\right\} \quad \cdots (2)$$

$$\xi = \frac{\Gamma}{\Delta}, \qquad \Delta = \sqrt{\frac{4mE_0kT}{M}} \quad \cdots (3)$$

３．結果

ピーク断面積が小さい共鳴はその近傍にあるピーク断面積が大きい共鳴の影響を受けるため、MVP と一準位共鳴の式で結果は異なるが、ピーク断面積が大きく近傍の共鳴による影響が小さいと考えられる共鳴については、MVP と一準位共鳴の式で同様の傾向が見られた。このことから、式(2), (3)より、断面積変化率に対して支配的な要因は共鳴半値幅 Γ と共鳴エネルギー E_0 であることがわかった。

第4回炉物理専門研究会
2015年12月2日~3日
京都大学原子炉実験所

ドップラー効果による断面積変化に関する検討

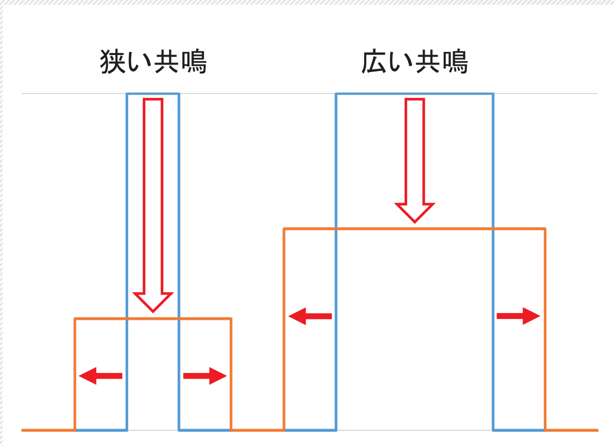
大阪大学　　　土淵　昇
北田孝典

背景

2

ドップラー反応度

トリウム燃料 > ウラン燃料



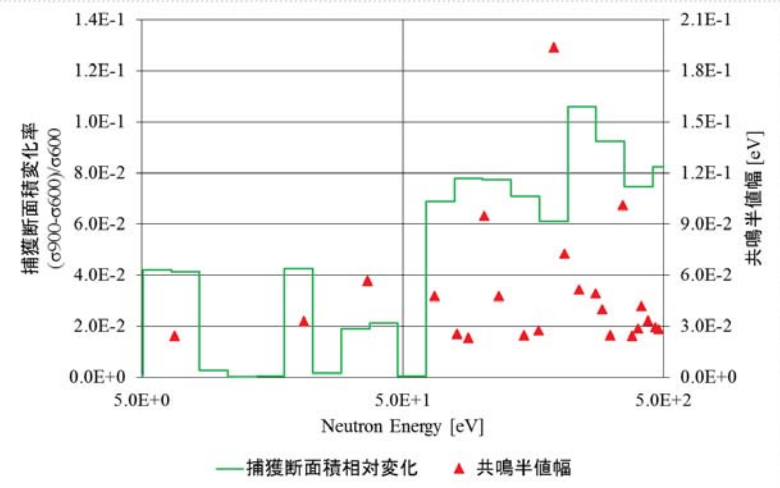
捕獲断面積変化率

Th-232 > U-238

共鳴半値幅

Th-232 < U-238

目的



共鳴半値幅が小さい

?

断面積変化率が大きい

<目的>

ドップラー効果による共鳴の断面積変化率に対して、
半値幅が与える影響及び半値幅以外の要因を明らかにする

温度依存性を考慮した共鳴断面積

- 温度依存性を考慮したBreit-Wignerの一準位公式は

$$\sigma_\gamma = \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma}\sigma_0\psi(x,\xi)$$

ただし、

$$\psi(x,\xi) = \frac{\xi}{\sqrt{4\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+p^2}\exp\left\{-\frac{\xi^2(x-p)^2}{4}\right\}dp$$

$$\xi = \frac{\Gamma}{\Delta}, \qquad \Delta = \sqrt{\frac{4mE_0kT}{M}}$$

Γ : 共鳴の全幅
Γ_γ :共鳴の γ 線輻射幅
σ_0 :ピーク断面積
m :中性子の質量
M :重核種の質量
E_0 :共鳴エネルギー
k :ボルツマン定数
T :絶対温度

引用:原子炉物理(竹田敏一著)

ξ と $\psi(x,\xi)$ の関係①

5

$$\psi(x,\xi) = \frac{\xi}{\sqrt{4\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+p^2} \exp\left\{-\frac{\xi^2 (x-p)^2}{4}\right\} dp$$

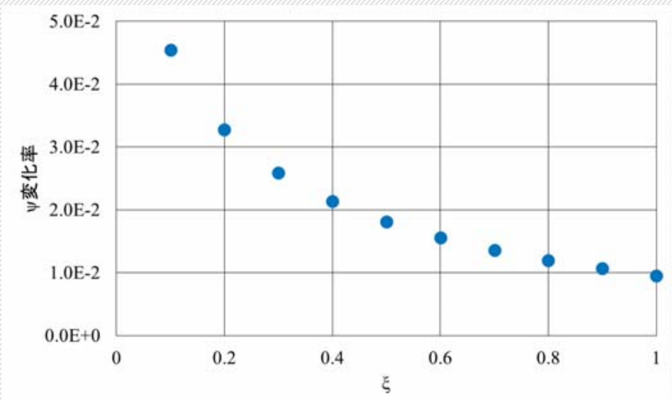
$$\xi = \frac{\Gamma}{\Delta}, \qquad \Delta = \sqrt{\frac{4mE_0kT}{M}}$$

- ある共鳴のドップラー効果を考える場合、変化するパラメータは温度Tのみであり、M, m, kは定数、Γ, E_0は共鳴に固有の値である。
- ドップラー効果によるξの変化率は全ての共鳴で一定である。

ξ と $\psi(x,\xi)$ の関係②

6

ξが1%小さくなったときのξの大きさと$\psi(x,\xi)$の変化率



- ✓ ξが小さいとき
  $\rightarrow \psi(x,\xi)$の変化率は大きい
- ✓ ξが大きいとき
  $\rightarrow \psi(x,\xi)$の変化率は小さい

$$\xi = \frac{\Gamma}{\Delta}, \qquad \Delta = \sqrt{\frac{4mE_0kT}{M}}$$

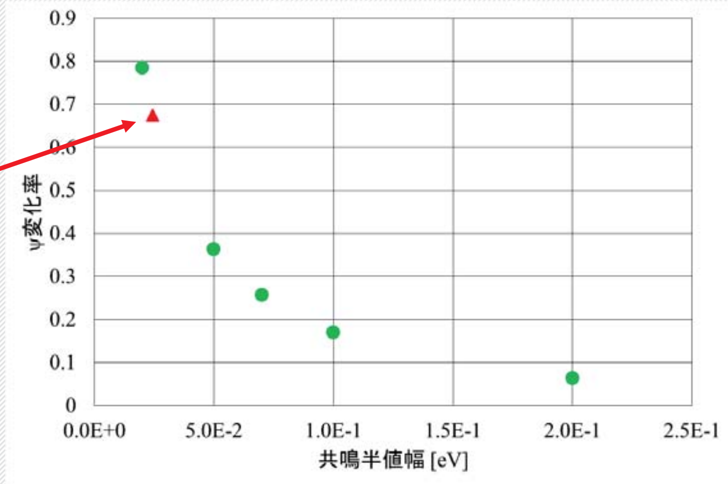
➢$\psi(x,\xi)$の変化率が大きい $=$ ξが小さい $=$ Γが小さい, E_0が大きい

共鳴半値幅Γと $\psi(x,\xi)$ の関係

7

- ^{238}Uの6.67eVの共鳴について、共鳴半値幅が異なる場合の$\psi(x,\xi)$の変化率を示す。

共鳴エネルギー [eV]	共鳴半値幅 [eV]
6.67	0.0245
	0.02
	0.05
	0.07
	0.10
	0.20

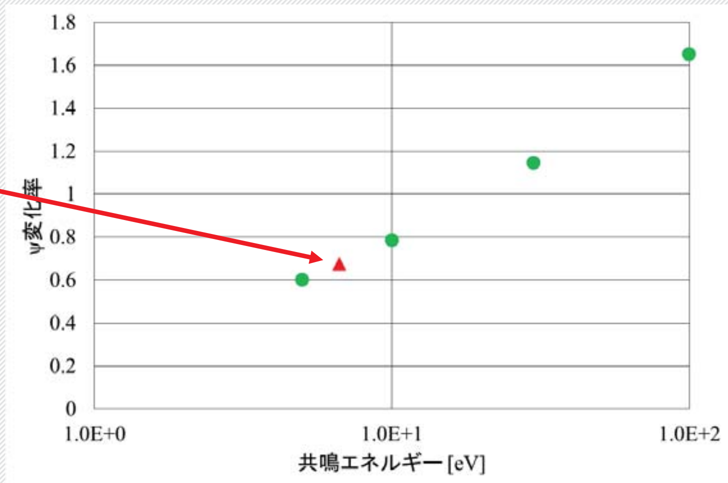


共鳴エネルギーE_0と $\psi(x,\xi)$ の関係

8

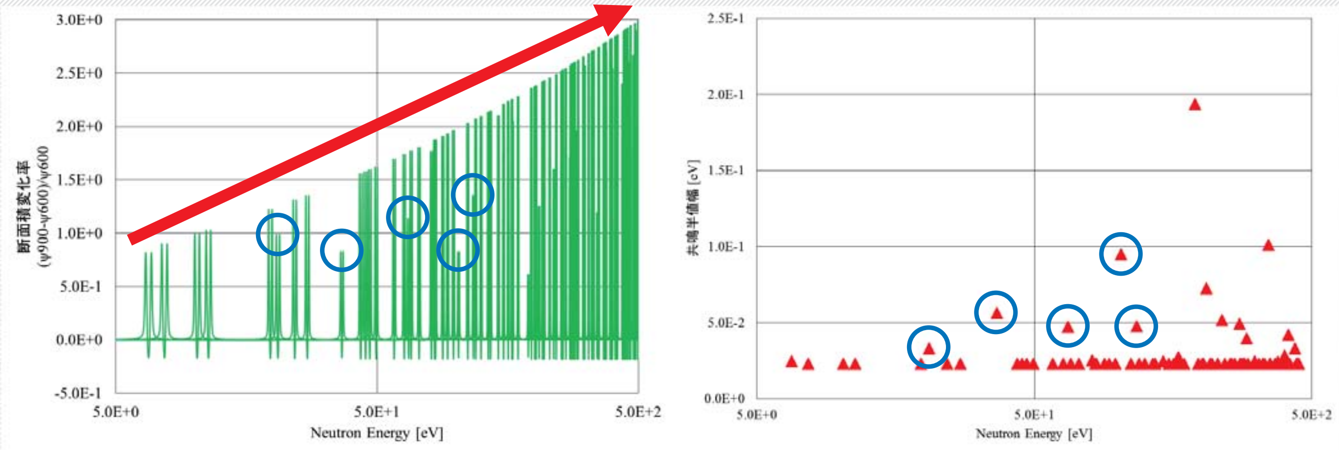
- ^{238}Uの6.67eVの共鳴について、共鳴エネルギーが異なる場合の$\psi(x,\xi)$の変化率を示す。

共鳴エネルギー [eV]	共鳴半値幅 [eV]
6.67	0.0245
5.00	
10.0	
30.0	
100	



理論式による断面積変化率

9

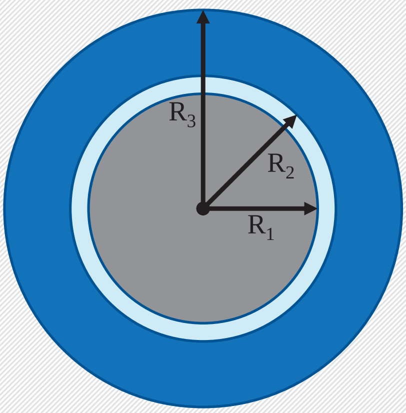


◆共鳴エネルギーが高い→断面積変化率が大きい
◆半値幅が大きい→断面積変化率が小さい

計算条件

10

- MVP version 2で固定源計算を行い、^{238}Uの共鳴について捕獲断面積相対変化を計算した。
- 5 ~ 500 eVのエネルギー範囲を等レサジー幅で10,000群に分割し計算を行った。

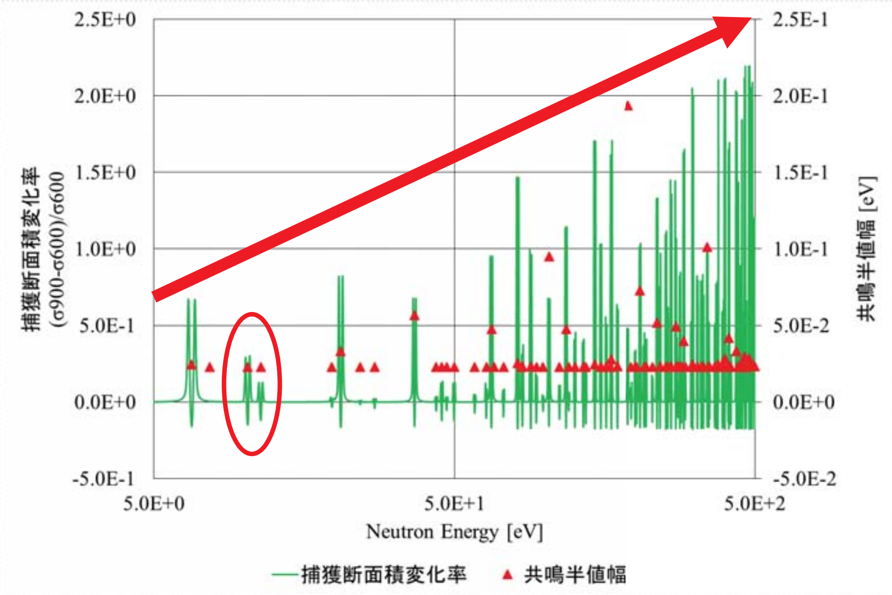


R_1: 0.41 , R_2: 0.47 , R_3: 0.71 [cm]

燃料	$^{238}UO_2$
温度	600 K → 900 K
被覆管	Zry-4
温度	600K
冷却材	H_2O
温度	600 K

共鳴の断面積変化率

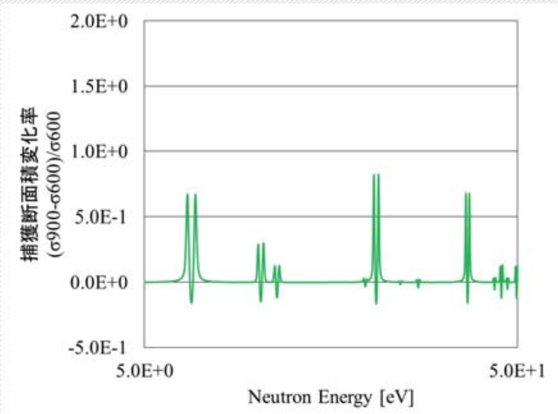
11

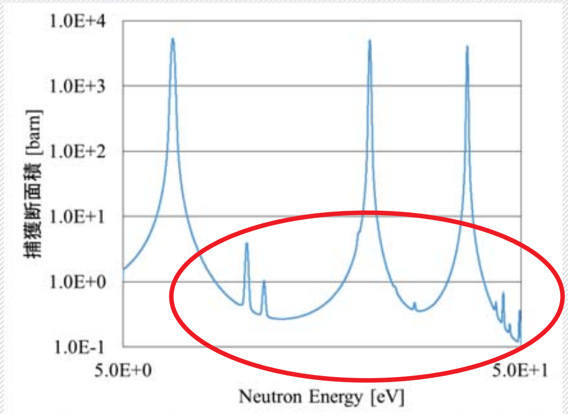


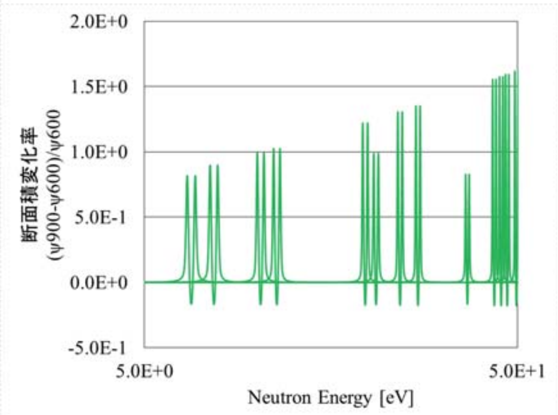
◆共鳴半値幅と共鳴エネルギーの傾向から外れる共鳴がある。

理論式との比較①

12





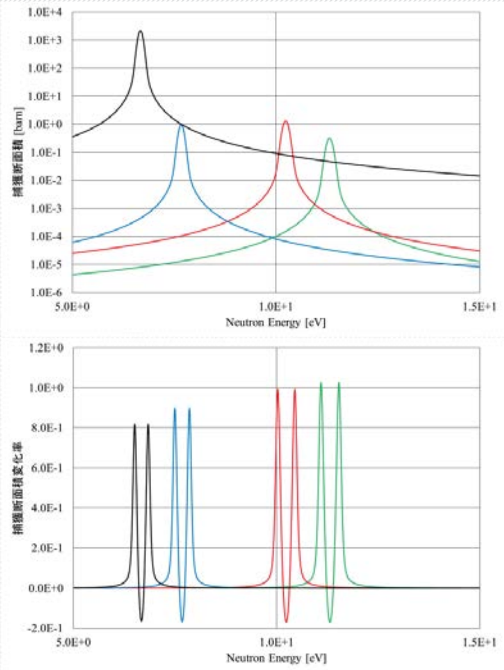


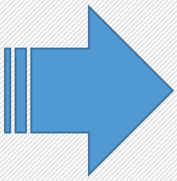
- ピーク断面積が小さい共鳴において、理論式による断面積変化率より小さくなる傾向が見られる。

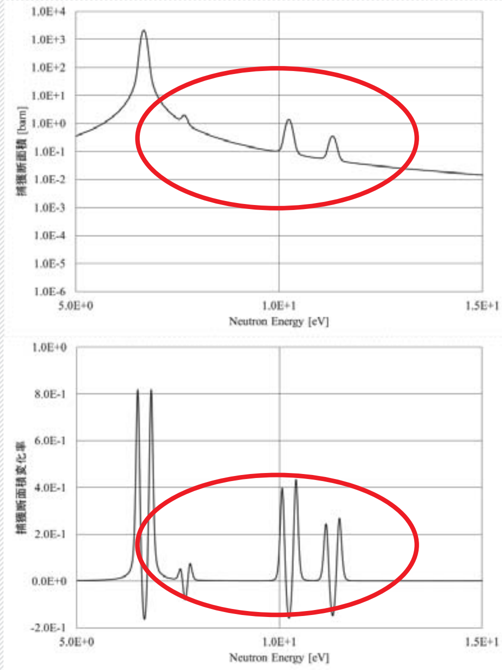
左上：MVPによる断面積変化率
左下：理論式による断面積変化率

断面積変化率とピーク断面積の関係

13



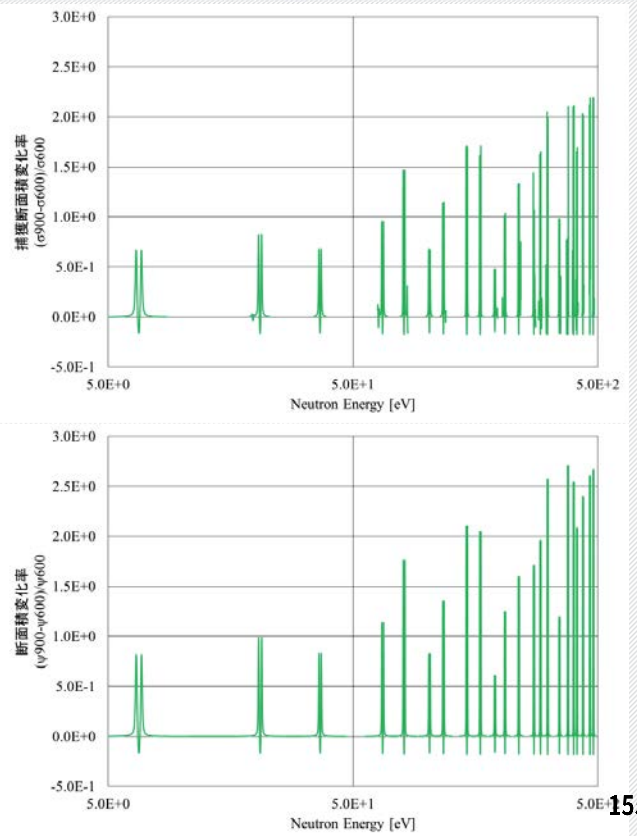




◆近傍に大きな共鳴があると、小さい共鳴の変化率は小さくなる。

理論式との比較②

14

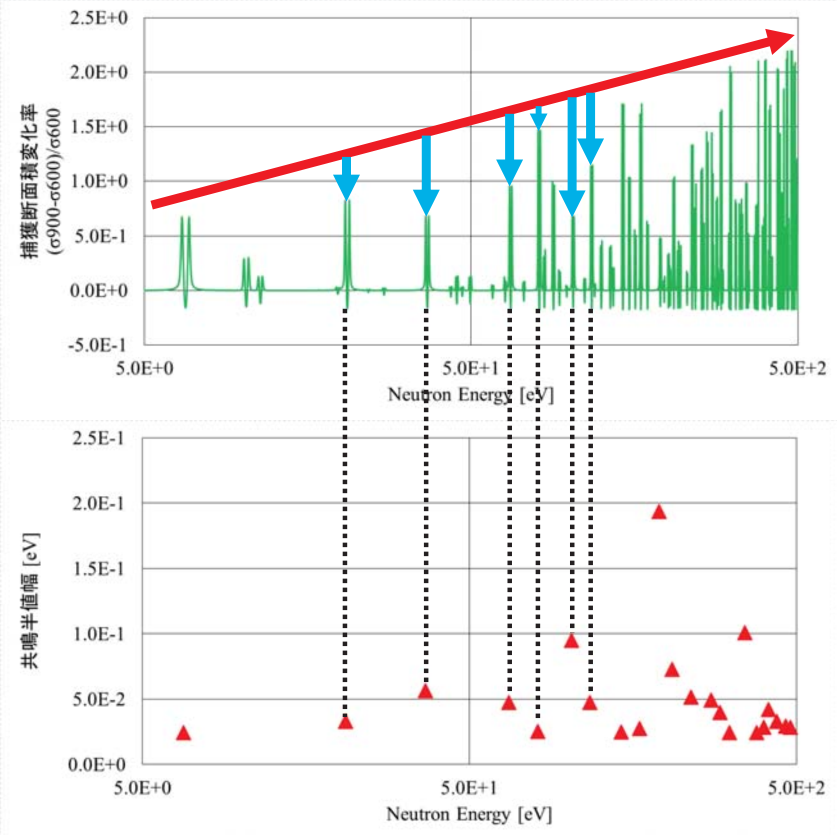


- ピーク断面積が10 barn以上の共鳴の断面積変化率を比較した。
- ピーク断面積が大きい共鳴において、MVPによる断面積変化率は理論式に基づく断面積変化率と同等の傾向が見られる。

上：MVPによる断面積変化率
下：理論式による断面積変化率

E_0, Γ と $\psi(x,\xi)$ の関係

15



共鳴エネルギーE_0が高い
↓
断面積変化率が大きい

共鳴半値幅Γが大きい
↓
断面積変化率が小さい

まとめ

16

✓ドップラー効果による断面積変化を、Breit-Wignerの一準位公式に基づく共鳴断面積の式から考察した。

- ピーク断面積が小さい共鳴
  →近傍の大きな共鳴の影響が大きく、理論式との差異が大きい。
- ピーク断面積が大きい共鳴 (10 barn以上)
  →近傍の共鳴の影響は小さく、理論式と同等の傾向が見られる。

➢共鳴の断面積変化率は、共鳴半値幅Γだけではなく、共鳴エネルギーE_0にも依存することがわかった。

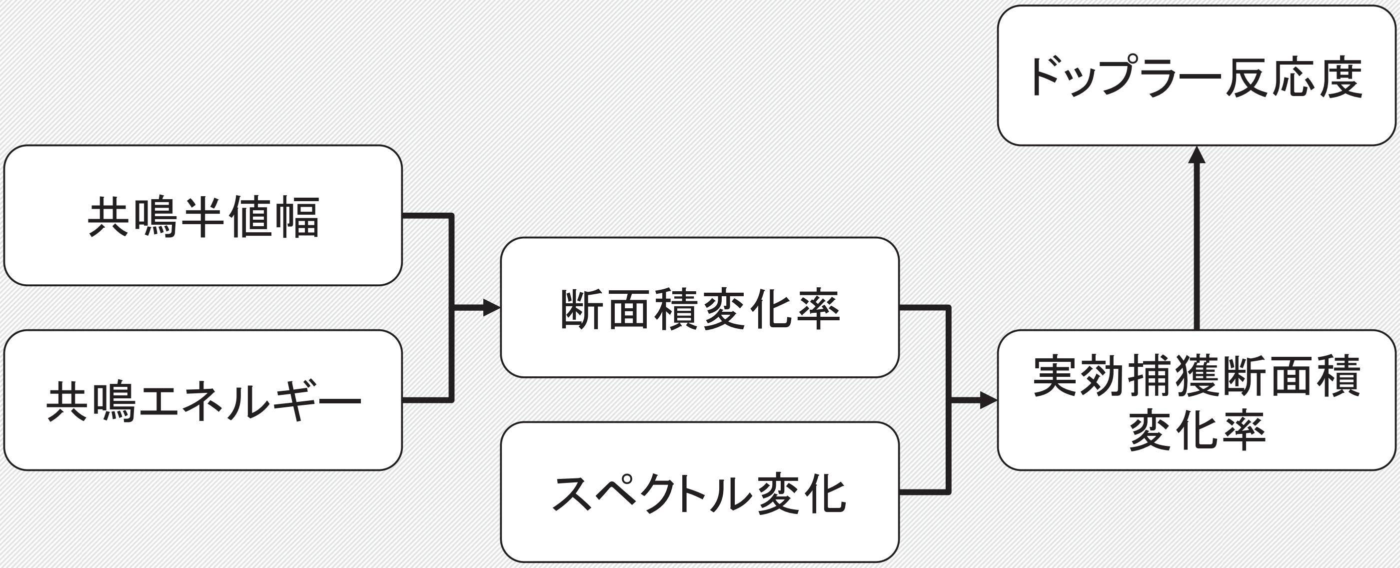
➢共鳴半値幅Γが小さく、共鳴エネルギーが高い共鳴ほど断面積変化率が大きくなる。

今後の検討

◆^{232}Thと^{238}Uの比較

→断面積変化率の違いに対する共鳴半値幅と共鳴エネルギーなどの影響

→スペクトル変化が実効断面積変化率に及ぼす影響



KUR REPORT OF
KYOTO UNIVERSITY RESEARCH
REACTOR INSTITUTE

発行所　京都大学原子炉実験所
発行日　平成 28 年 1 月
住所　　大阪府泉南郡熊取町朝代西 2 丁目
TEL（072）451- 2300