FFAG加速器を用いた鋸歯状波捕獲法による加速の高効率化の研究

堀井　弘幸

2008年2月

目 次

1 序論 **3**
1.1 研究の背景 3
1.2 研究目的 3
1.3 本論文の構成 4

2 基本事項及び鋸歯状波捕獲法の原理 **5**
2.1 位相安定性の原理 5
2.2 モーメンタムコンパクションとスリップファクター 5
2.3 ビームの進行方向の運動 6
2.4 ビーム捕獲及び加速 8
2.5 位相回転 10
2.6 FFAG 加速器の特徴 11
2.7 断熱捕獲法の原理 11
2.8 鋸歯状波捕獲法の原理 13

3 実験 **16**
3.1 実験装置 16
3.1.1 加速器施設の概要 16
3.1.2 ブースターの概要 18
3.1.3 静電ピックアップモニターの概要 20
3.2 鋸歯状波の調整 21
3.3 ビーム試験 23
3.3.1 断熱捕獲実験 23
3.3.2 鋸歯状波捕獲法と正弦波位相回転捕獲法の比較実験 . . 25
3.3.3 最適捕獲時間の測定 25

4 解析 **29**
4.1 断熱捕獲法について 29
4.2 鋸歯状波捕獲法と正弦波位相回転捕獲法について 31
4.3 最適捕獲時間について 35

5 考察 **40**
5.1 捕獲時間の最適化 40
5.2 加速位相の最適化 42
5.3 鋸歯状波の次数 47

6 結論 **48**

A R_{emit} の計算方法 **50**

1　序論

1.1　研究の背景

本研究で扱う固定磁場強集束 (Fixed Field Alternating Gradient, FFAG) 加速器は、他に類を見ない特徴から多くの分野で活躍出来る可能性を秘めている。その一つが速い加速という特徴である。FFAG 加速器はその名の通り磁場が時間に対して一定であることから、シンクロトロンのように磁場の昇降に要する時間に加速時間を制限されることは無い。このことから FFAG 加速器では速い加速、高繰り返しでの運転を行うことが可能である。この特徴を生かした応用例として、ミューオンのような寿命の短い粒子の加速に用いることが挙げられる。([1], [2])　また固定磁場であることから複雑な制御系を必要とせず、安定した運転が期待出来ることや、高繰り返しでの運転が可能であることなどから、より高度な陽子がん治療への応用も考えられている。([3])

しかしながら FFAG 加速器は他の円形加速器の技術に比べると、研究段階にあると言える。何故ならば FFAG 加速器の原理は 1950 年代に考案され、試験的に電子 FFAG 加速器は作られたが ([4], [5])、以後約 50 年もの間日の目を見ることは無かった。その大きな要因として挙げられる事柄は、三次元磁場計算や磁極面の精密な加工を必要とする非線形な磁場及び、広帯域高周波加速空洞の開発である。このような技術的困難が近年の進歩によって克服され、高エネルギー研究機構において世界初の陽子 FFAG 加速器が建設された。([6], [7])

京都大学原子炉実験所では、加速器駆動未臨界原子炉の試験のために三台の FFAG 加速器からなる 150MeV-FFAG 加速器が現在調整中であり、欧州でも FFAG 加速器を新たに建設する計画が進行中である。([8])

1.2　研究目的

FFAG 加速器の特徴である速い加速を行う上で、不可欠である速くそして高効率な捕獲方法の確立が本論文の主題である。シンクロトロンでは通常、断熱捕獲法と呼ばれる捕獲方法が用いられている。これは粒子のシンクロトロン振動数に対して十分ゆっくりと捕獲電圧を挙げて行く方法で、その信頼性は高い。しかしながら断熱捕獲法では数 ms もの時間を必要とするため FFAG 加速器のように高繰り返しの加速器には適さない。そこで粒子が位相回転を開始した後、シンクロトロン振動の 1/4 周期後に加速へ移行する方法が考えられた。この方法により断熱捕獲法に比べて格段に速い数十 μs で捕獲から加速への移行が可能となる。さらに捕獲電圧を調整することでより多くの粒子を安定な加速へ導くことが可能となる。しかしながら捕獲電圧波形が正弦波の場合、その非線形部分の影響により位相回転に遅れる粒子が現れ、加速移

行時に多くの損失が生じてしまう。こうした正弦波の非線形部分による損失を低減するために、理想的には非線形成分を持たない鋸歯状波を用いる。これによって速くかつ効率の良い捕獲方法を確立することを目的とする。

1.3 本論文の構成

本論文は第一章から第六章で構成される。第一章では研究の背景及び研究目的について述べた。第二章では位相安定性の原理や位相回転など円形加速器の進行方向の運動に関する基本事項の説明の後に、FFAG 加速器の特徴を述べる。そして断熱捕獲法と鋸歯状波捕獲法の原理について述べる。第三章では実験装置の説明の後、鋸歯状波の調整及びビーム実験について述べる。第四章ではビーム実験で得られた実験結果の解析を行う。第五章では鋸歯状波捕獲法に関する捕獲時間、加速位相そして高調波の次数についての考察を行う。第六章では本研究の結論を述べる。

2　基本事項及び鋸歯状波捕獲法の原理

本研究はビームの進行方向の運動を主に扱っているので、円形加速器、特に横方向の運動に関する基本事項については簡単な語句の導入に留める。

2.1　位相安定性の原理

高周波加速を行う上で、N. Veksler (1944) と McMillan (1945) により発見された位相安定性の原理は非常に重要である。加速器に入射されるビームは多数の粒子から成り、各粒子の速度とビーム進行方向の位置に広がりを持つことになる。したがって、何らかの集束力が働かなければビーム進行方向に散逸してしまう。高周波加速ではビームの周回周波数に等しい周波数で高周波電圧を印加し、ビームエネルギーの変化、すなわち周回周波数の変化に同期するように加速高周波の周波数を変化させる。このとき常にビームの中心にある粒子を仮定して同期粒子と言う。位相安定性の原理とは、図 (1) のように同期粒子に対してエネルギー及び、ビーム進行方向の位置、すなわち高周波の位相のズレた粒子がその位相のズレに応じた復元力を得ることで、粒子の集団であるビームが安定であり得ることを示したものである。

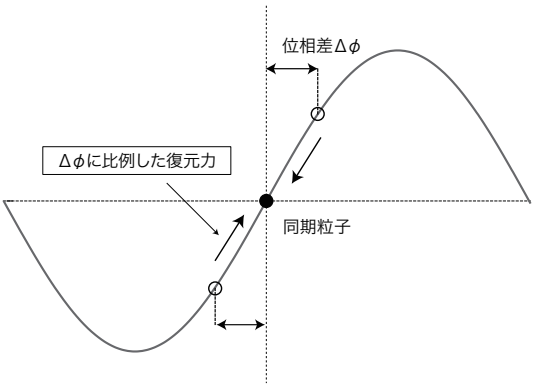


図 1: 位相安定性の原理

2.2　モーメンタムコンパクションとスリップファクター

一周当たりの軌道周長の変化率を運動量変化率で割ったモーメンタムコンパクション α_p は次式 (1) で定義される。式中 L は軌道周長、p は運動量を表す。

$$\alpha_p = \frac{dL/L}{dp/p} \tag{1}$$

次に同期粒子の角振動数 ω の変化率のついて式 (2) が成り立ち、式中 η はスリップファクターと呼ばれるもので、式 (3) のように定義される。スリップファクターは後述の位相回転の速さを表している。

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{d\tau}{\tau} = \frac{d\beta}{\beta} - \frac{dL}{L} = \left(\frac{1}{\gamma^2} - \alpha_p\right)\frac{dp}{p} = \eta\frac{dp}{p} \tag{2}$$

$$\eta = \frac{1}{\gamma^2} - \alpha_p \tag{3}$$

ラディアル型 FFAG 加速器は式 (4) で表される非線形な磁場を持つ。式中の k を k 値またはフィールドインデックスと呼ぶ。この関係からモーメンタムコンパクション及びスリップファクターは式 (5, 6) のように表され、k 値に大きく関係していることが分かる。

$$\mathbf{B}(r) = \mathbf{B_0}\left(\frac{r}{r_0}\right)^k \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
p &= qBr \\
\frac{dp}{p} &= \frac{dp}{dr}\Big/\frac{p}{dr} = (k+1)\frac{dr}{r} \\
L &= 2\pi r \\
\frac{dL}{L} &= \frac{dL}{dr}\Big/\frac{L}{dr} = \frac{dr}{r} \\
\alpha_p &= \frac{dL/L}{dp/p} = \frac{1}{k+1} \qquad (5) \\
\eta &= \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{k+1} \qquad (6)
\end{aligned}$$

2.3 ビームの進行方向の運動

正弦波を用いて高周波捕獲を行う場合を考える。粒子は同期粒子とエネルギーが異なるものを考え、リングを一周する間に生じるエネルギー差 $\Delta(\delta U)$ 及びその時間変化率は式 (7, 8) のように表すことが出来る。以下 U_s のように添字に s が付くものは同期粒子を表しているものとする。U はエネルギー、ϕ は位相、τ は周回時間、$V_{\mathbf{rf}}$ は高周波電圧を表し、φ は同期粒子との位相差を表す。

$$\Delta(\delta U) = \Delta U - \Delta U_s = qV_{\mathbf{rf}}(\sin(\phi_s + \varphi) - \sin\phi_s) \tag{7}$$

$$\frac{d\Delta(\delta U)}{dt} \sim \frac{\Delta(\delta U)}{\tau_s} = \frac{qV_{\mathbf{rf}}}{2\pi}\omega_s(\sin(\phi_s + \varphi) - \sin\phi_s) \tag{8}$$

ここで、式 (9) で定義されるパラメータ W を用いると、式 (8) は式 (10) のようになる。

$$W = -\frac{\delta U}{\omega_{\mathbf{rf}}} = \frac{-\delta U}{\omega_{\mathbf{rf}}} \tag{9}$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{qV_{\mathbf{rf}}}{2\pi}\omega_s(\sin\phi_s - \sin(\phi_s + \varphi)) \tag{10}$$

次に同期粒子との位相差とその時間変化率について、

$$\delta\varphi \sim \frac{d\varphi}{dt}\tau_s = \omega_{\mathbf{rf}}\delta t \tag{11}$$

となり、式 (12, 13) を用いることで、式 (14) を得ることが出来る。

$$\Delta(\delta t) = \tau - \tau_s = \delta\tau = -\eta\tau\frac{dp}{p} \tag{12}$$

$$\frac{dp}{p} \sim \frac{\partial p}{p} = \frac{\delta U}{\beta^2 U} \tag{13}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} \sim \frac{\eta\omega_{\mathbf{rf}}^2}{\beta^2 U}\left(\frac{-\delta U}{\omega_{\mathbf{rf}}}\right) = \frac{\omega_{\mathbf{rf}}^2\eta}{\beta^2 U_s}W \tag{14}$$

式 (10, 14) により、式 (15) のような関係式になる。この関係式により (φ, W) で表される位相空間内での粒子の運動を記述することが出来る。

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{h\omega_s^2\eta q V_{\mathbf{rf}}}{2\pi\beta^2 U_s}(\sin\phi_s - \sin(\phi_s + \varphi)) = 0 \tag{15}$$

今考えている系のハミルトニアンは式 (16) で表され、φ 及び W に対して式 (17, 18) の関係式が成り立つ。これらより (φ, W) が正準変数であることが分かる。以下の計算に (φ, W) という座標系を用いる理由の一つに、位相空間内での粒子の占める面積 (エミッタンス) が一定であることが挙げられる。

$$H = \frac{1}{2}\frac{\omega_{\mathbf{rf}}^2\eta}{\beta^2 U_s}W^2 - \frac{qV_{\mathbf{rf}}}{2\pi h}[\varphi\sin\phi_s + \cos(\phi_s + \varphi)] \tag{16}$$

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial\varphi} = \frac{qV_{\mathbf{rf}}}{2\pi h}[\sin\phi_s - \sin(\phi_s + \varphi)] \tag{17}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial H}{\partial W} = \frac{\omega_{\mathbf{rf}}^2\eta}{\beta^2 U_s}W \tag{18}$$

同期粒子との位相差が小さい場合

式 (19) のような近似が成り立つので、式 (15) は式 (20) のようになる。ここで Ω_s を 2π で割ったものをシンクロトロン振動数と言い、式 (20) で表される運動をシンクロトロン振動と言う。シンクロトロン振動は位相空間では回転

運動になり、位相回転と呼ばれる。電圧波形が正弦波の場合、同期粒子との位相差が小さいとは粒子が線形な斜面上に捕獲されてることを意味している。

$$\sin(\phi_s + \varphi) \sim \varphi \cos\phi_s + \sin\phi_s \tag{19}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \Omega_s^2 \varphi = 0 \tag{20}$$

$$\text{ただし、} \qquad \Omega_s = \omega_s \sqrt{\frac{h\eta \cos\phi_s q V_{\mathbf{rf}}}{2\pi\beta^2 U_s}} \tag{21}$$

同期粒子との位相差が大きい場合

式 (22) の関係式から式 (15) は式 (23) のように変形することが出来る。

$$\frac{d\dot{\phi}^2}{dt} = 2\ddot{\phi}\frac{d\phi}{dt} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} d\left(\dot{\phi}^2\right) &= 2\frac{\Omega_s^2}{\cos\phi_s}\left(\sin\phi_s - \sin\phi\right)d\phi \\ &= \frac{2\Omega_s^2}{\cos\phi_s}(-\sin\phi)d\phi + 2\Omega_s^2 \tan\phi_s d\phi \end{aligned} \tag{23}$$

式 (23) の両辺を ϕ で積分すると式 (24) のようになる。これによりある初期条件 $(\phi_0, \dot{\phi_0})$ の粒子がたどる位相空間上の軌跡を知ることが出来る。

$$\begin{aligned} \dot{\phi}^2 - \dot{\phi_0}^2 &= \frac{2\Omega_s^2}{\cos\phi_s}\left(\cos\phi - \cos\phi_0\right) + 2\Omega_s^2(\phi - \phi_0)\tan\phi_s \\ \therefore \dot{\phi} &= \Omega_s \sqrt{\frac{2}{\cos\phi_s}(\cos\phi - \cos\phi_0) + 2(\phi - \phi_0)\tan\phi_s + \frac{1}{\Omega_s^2}\dot{\phi_0}^2} \end{aligned} \tag{24}$$

2.4 ビーム捕獲及び加速

ビームが加速器一周に渡って入射された場合 (コースティングビーム)、後述のようにビーム加速を行う前にビーム捕獲を行う必要がある。ビーム捕獲時、同期粒子の位相 ϕ_s は零にとり、同期粒子のエネルギーは一定となる。そして加速時 ϕ_s が有限の値をとることでビームは加速空洞を通るたびに加速される。

式 (24) により、捕獲時の位相空間の様子は図 (2) のようになる。図中には閉じた軌道と閉じていない軌道が存在し、安定領域は閉じた軌道の中で最も面積の大きいものを言い、ステーショナリーバッケットと呼ぶ。ステーショナリーバッケットの境界線は隣のものとつながっておりセパラトリクスと呼ぶ。ステーショナリーバッケットの大きさは捕獲電圧の値に依存し、位相軸に沿って 2π 毎に節が存在する。この節のことを不安定固定点と呼び、ステー

ショナリーバケット中央の点を安定固定点と言う。安定固定点に位置する粒子と同期粒子は位相回転の際、初期値から動かない。またセパラトリクス上に位置する粒子はステーショナリーバッケット内に留まるのではなくセパラトリクスに沿って位相空間内を流れて行く。次に加速時の位相空間の様子を

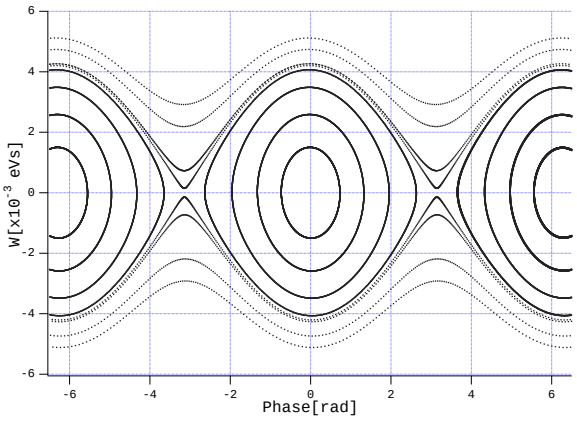


図 2: 捕獲時の安定領域

図 (3) に記す。加速時の同期粒子の位相を以後、加速位相と呼ぶことにする。この図では、加速位相 25 度の安定領域の中心に同期粒子が位置するように高周波の位相を加速位相分だけ早めている。本論文ではこのように加速へ移行する場合に同期粒子が位相空間の原点から動かないようにして計算を行っている。加速時の安定領域は捕獲時と様相が大きく異なる。ギリシア文字の α のような形をしているのが安定領域で、境界線と W=0 との交点のうち、境界線の交点でもある方の位相が $\phi_1 = \pi - \phi_s$ と表されるのに対して、他方の位相 ϕ_2 は式 (25) を解くことで得られる。加速時の安定領域のことを加速バケツと言うことがあり、加速バケツの面積は、加速位相と加速電圧によって変化する。加速位相の小さい方が加速バケツは大きくなるが加速時間はそれだけ必要となる。なお以下本文では捕獲時の安定領域のことをステーショナリーバケット、加速時の安定領域のことを加速バケツと表記する。

$$\cos\phi_2 + \cos\phi_s + (\phi_2 + \phi_s - \pi)\sin\phi_s = 0 \tag{25}$$

図 (3) に示されるように、加速バケツの位相範囲は加速器一周分 ($\pm\pi$) よりも狭い。従ってコースティングビームに対しては、同期粒子のまわりにビームを集める過程、すなわちビーム捕獲が必要となる。ここで同期粒子のまわりに集められたビームを一般にコースティングビームに対してバンチビームと呼ぶ。

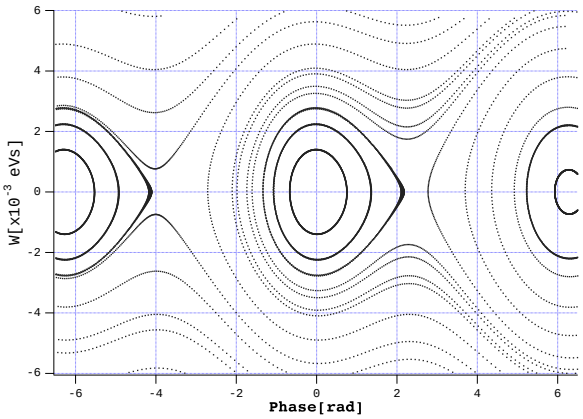


図 3: 加速時の安定領域

2.5 位相回転

ステーショナリーバケットに対して運動量のバラツキが小さいビームが入射された場合、図 (4) に示されるようにビームは四極振動を行う。これによって、運動量分布と位相分布をシンクロトロン振動の 1/4 周期で交換することができ、これを位相回転と呼ぶ。入射ビームの位相幅がは式 (20) が成立する範囲程度に小さい場合、位相空間上でのビームの形は保たれるが、コースティングビームの場合は図 (5) に示されるように多数回のシンクロトロン振動後、ステーショナリーバケット一杯に広がってしまう。この現象をフィラメンテーションと言い、巨視的なビームエミッタンスが大きく、ビームの質が悪くなってしまう。

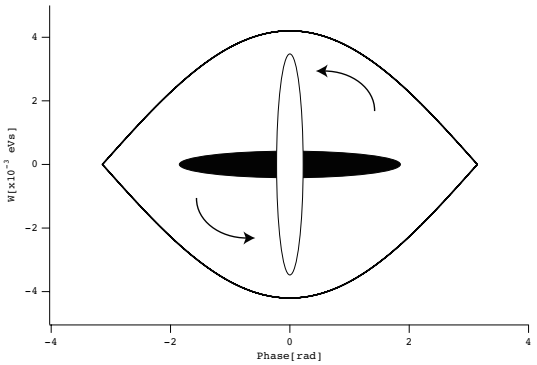


図 4: 四極振動

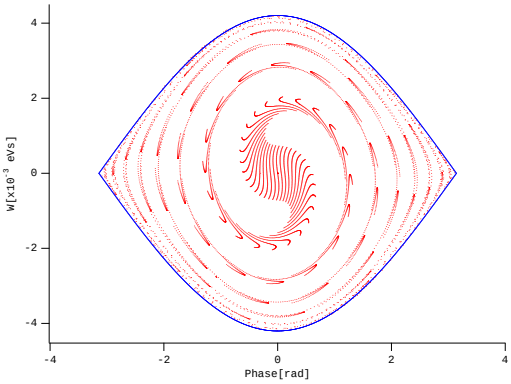


図 5: フィラメンテーション

2.6 FFAG 加速器の特徴

ビーム進行方向に対する集束力が必要であることと同様の理由でビーム横方向に対しても何らかの集束力が必要である。FFAG 加速器では、強集束の原理によって横方向の集束力を与えている。強集束の原理とは集束と発散とを交互に繰り返すことによって結果的に強い集束力を得ることが出来ることを示している。([9])

同期粒子の周りに分布する粒子は平衡軌道のまわりを振動運動する。同期粒子がリングを一周する間に平衡軌道のまわりを振動する回数をベータトロンチューンと言う。一般に、ベータトロンチューンが整数または、$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdot\cdot$ の小数部を持つと、共鳴という現象によりビームの安定性が失われることが知られている。シンクロトロンでは、ビーム運動量の増加に合わせて磁場を強くすることで、ベータトロンチューンを一定に保つ。しかしこのとき、同期粒子から運動量のズレた粒子のベータトロンチューンは同期粒子のそれとは異なる。一方 FFAG 加速器では、磁場の非線形成分を導入することで、ベータトロンチューンの運動量依存性を打ち消しているため、固定磁場でありながら安定に粒子を加速することが出来る。

FFAG 加速器では強集束のため、周回周波数はビームエネルギーに依存する。従ってビーム加速には高周波加速を適用するのが一般である。

2.7 断熱捕獲法の原理

断熱捕獲法とは、入射ビームのシンクロトロン振動数に比べて十分ゆっくり捕獲電圧を上げることで位相空間上でのビームエミッタンスを一定に保ちながらバンチ化する捕獲方法である。捕獲過程の断熱性が十分保たれている場合、ビームはフィラメンテーションを起こす事ない。例として適当な運動

量分布を持ったコースティングビームを初期状態として、2 ms 掛けて捕獲電圧を上げた場合と 6 ms 掛けた場合の位相空間でのビームエミッタンスの違いを図 (6) 及び図 (7) に示す。この時入射ビームのシンクロトロン振動数は数十 μs を仮定している。図の横軸は同期粒子との位相差を取り、縦軸には前述の式 (9) で定義される W を取っている。これらの図より捕獲時間が短い場合にはフィラメンテーションを起こしてしまい、ビームエミッタンスが大きくなっている様子が分かる。

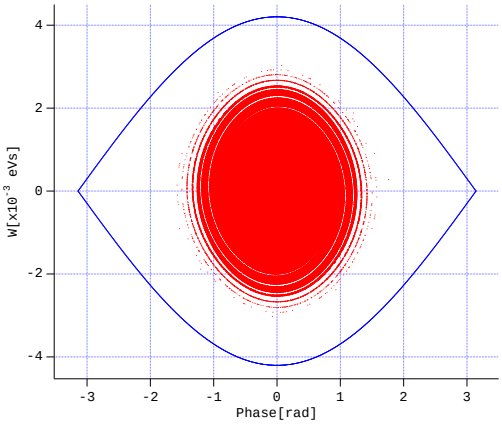


図 6: 捕獲時間：2 [ms] の場合のビームエミッタンス

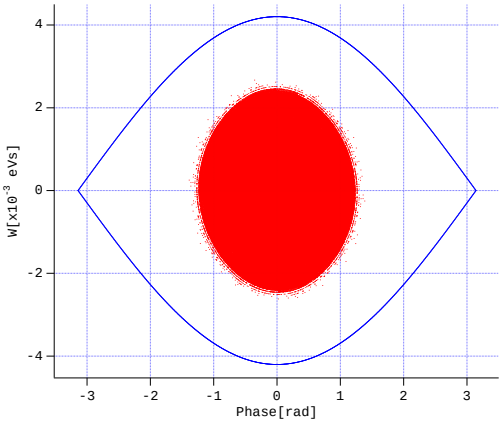


図 7: 捕獲時間：6 [ms] の場合のビームエミッタンス

2.8 鋸歯状波捕獲法の原理

鋸歯状波捕獲法の目的は二つある。一つはコースティングビームを短時間でバンチ化することであり、もう一つは加速移行時の損失を最大限少なくすることである。これらの条件を満たすために、捕獲時間そして捕獲電圧波形にその特徴がある。図 (8) において赤色で描かれるコースティングビームを、同図青色で描かれた加速バケツ内部に短時間で収めるには、同図緑色で描かれる四角形のように位相空間を 1/4 周した時点で、加速バケツの中に収まるサイズへビームを成形することが可能であれば良い。位相空間を 1/4 周する時間とはシンクロトロン振動の 1/4 周期に等しく、前述の断熱捕獲に要する時間と比べると圧倒的に短い。

式 (13, 14) から縦軸方向の大きさは運動量分布に比例することが分かっており、位相回転後のビームの運動量分布は捕獲電圧によって調整することが可能である。しかしながら捕獲電圧波形が正弦波である場合、位相回転後のビームは図 (9) のように尾を引く形状になってしまう。これは主に正弦波の非線形部分の位相にある粒子が、同期粒子の位相に近い粒子に比べ、ビーム進行方向の集束力を十分得られないことによるものである。そうした粒子の位相回転は同期粒子に近い粒子と比べて遅くなる。位相回転に遅れる粒子が多い程、加速バケツ内部の粒子数は減少する。そこで位相回転に遅れる粒子数を減らすために、理想的には非線形成分を含まない鋸歯状波を捕獲電圧波形に用いることが考えられた。

鋸歯状波は式 (26) で表されるように振幅を調整した高調波を足し合わせることで作ることが出来る。図 (10) に正弦波と鋸歯状波の違いを示す。図中赤線で描かれたものが四次までの高調波成分を含む鋸歯状波であり、緑線が理想的な鋸歯状波である。鋸歯状波に加える高調波の次数が増すごとに、斜面の線形性と位相幅が大きくなり理想的な鋸歯状波に近づく。しかしながら実際に出力することが出来る高調波の次数は高周波加速空洞の帯域幅で決まる。実験で用いる高周波加速空洞の性能は後述するが、以下四次までの高調波を含む鋸歯状波を主に用いることにする。

捕獲電圧波形に鋸歯状波を用い、シンクロトロン振動の 1/4 周期後に加速へ移行した場合、位相空間でのビームの形状と加速バケツとの関係は図 (11) のようになる。図 (9) に示した正弦波を用いた場合と比較すると、位相回転に遅れた粒子数が大幅に減っていることが分かる。

$$F(t) = \frac{2}{n\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin(2\pi n f_s t) \tag{26}$$

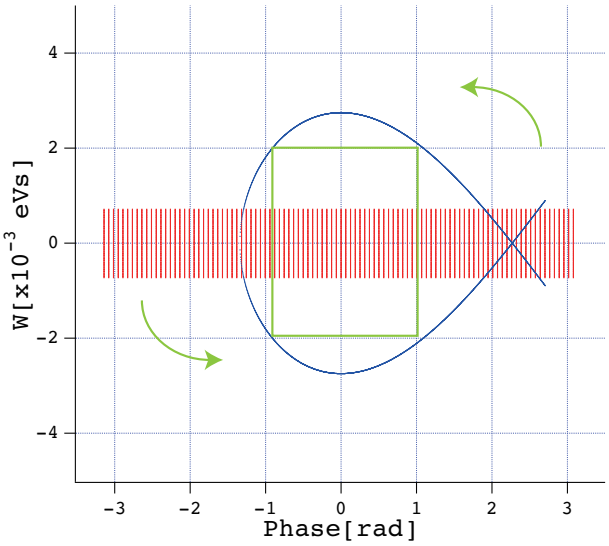


図 8: 捕獲過程の目的

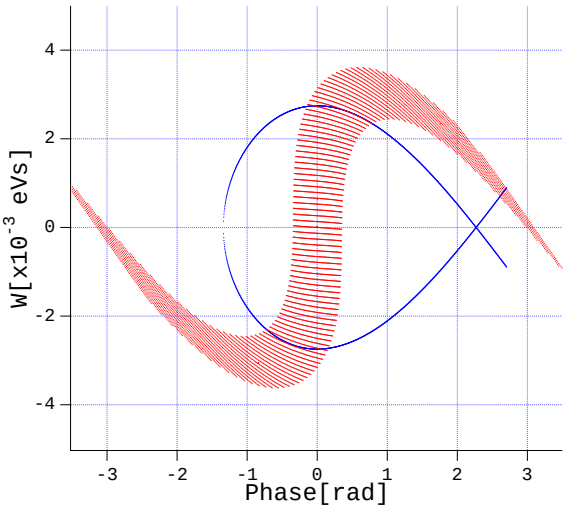


図 9: 正弦波の場合

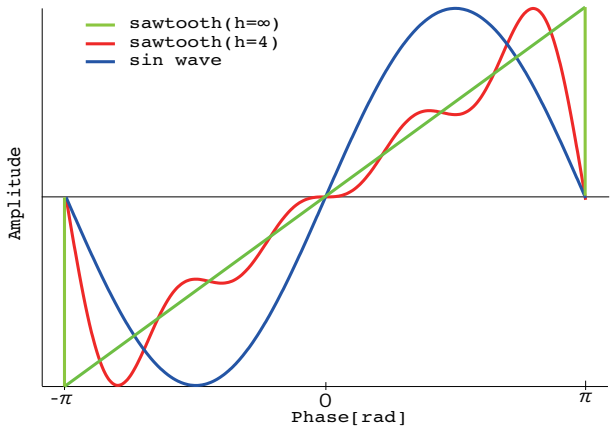


図 10: 鋸歯状波と正弦波の違い

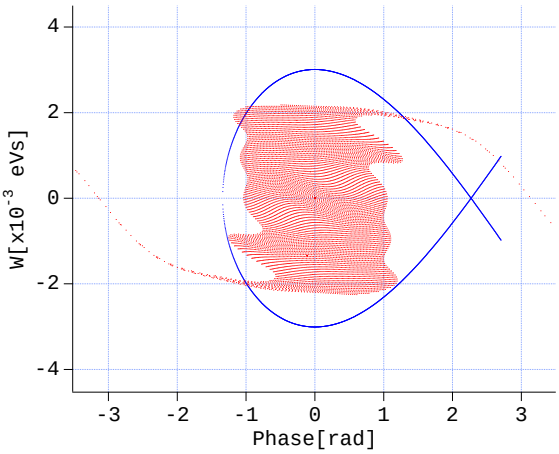


図 11: 鋸歯状波の場合

3　実験

この章は次の三部から構成されている。まず本研究の実験を行った京都大学原子炉実験所の加速器施設の構成及び個々の加速器の特徴を述べる。次に実験を行う前準備として行った鋸歯状波の調整について述べる。そして実際に行ったビーム実験をいくつかの項目に分けて説明し、得られた実験結果について述べる。

3.1　実験装置

3.1.1　加速器施設の概要

京都大学原子炉実験所において加速器駆動未臨界炉実験を目的とした加速器施設が建設された。加速器施設は入射器 (イオンベータ)、ブースター、主リングの三台の FFAG 加速器からなり、陽子ビームは最終的に 150MeV まで加速される。イオン源から引き出されたビームは低エネルギービームラインを通り、イオンベータに入射される。イオンベータはスパイラルセクター型 FFAG と呼ばれる形式で、図 (13) 中に見られるように、ベータトロンコアによる誘導加速を行っている。イオンベータから取り出されたビームは再びビームラインにより輸送された後、ブースターに入射される。ブースターはラディアルセクター型 FFAG と呼ばれる形式であり、入射はマルチターン入射方式によって行い、高周波加速空洞によって加速を行う。ブースターで加速されたビームは、同じくラディアルセクター型 FFAG である主リングによって最終エネルギーまで加速され、京都大学臨界集合体（KUCA）へと輸送される。

図 12: 京都大学原子炉実験所加速器施設内部の様子

図 13: 入射器　イオンベータの外観

図 14: ブースターの外観

3.1.2　ブースターの概要

本研究ではブースターを用いて鋸歯状波捕獲法のビーム実験を行う。前述のマルチターン入射という入射方式は、イオンベータからビームラインを輸送されたビームを、図 (15) にあるように入射セプタム電磁石及び静電インフレクター、そして高周波加速空洞を挟んで対称な位置にある 2 台のバンプ電磁石によって多周回分のビームを入射する方式のことである。従って入射ビームはコースティングビームとなり、ビーム捕獲が必要となる。

バンプ電磁石はパルス運転しており、入射には立ち下がり部分の約 $8\mu s$ を利用している。本実験で重要となるビーム進行方向の運動はバンチモニターと呼ばれる静電ピックアップモニターより測定することが出来る。ビーム取り出しは取り出しキッカーとセプタム電磁石による速い取り出しで行われる。

FFAG 加速器には広帯域幅を持つ高周波加速空洞が必要であり、ブースターでは図 (16) に示されるように広帯域に対してインピーダンスが比較的一定の特性を持った MA コア (Magnetic Alloy , 金属磁性体) を使用している。それにより高次の高調波を出力することが出来るので鋸歯状波に近い高周波電圧を発生させることが可能である。高周波加速空洞は他の機器と同様に遠隔制御を行い、図 (17) のように波形発生器から増幅器を経て加速空洞内部に電圧を発生しており、高周波電圧の最大値は約 1kV である。

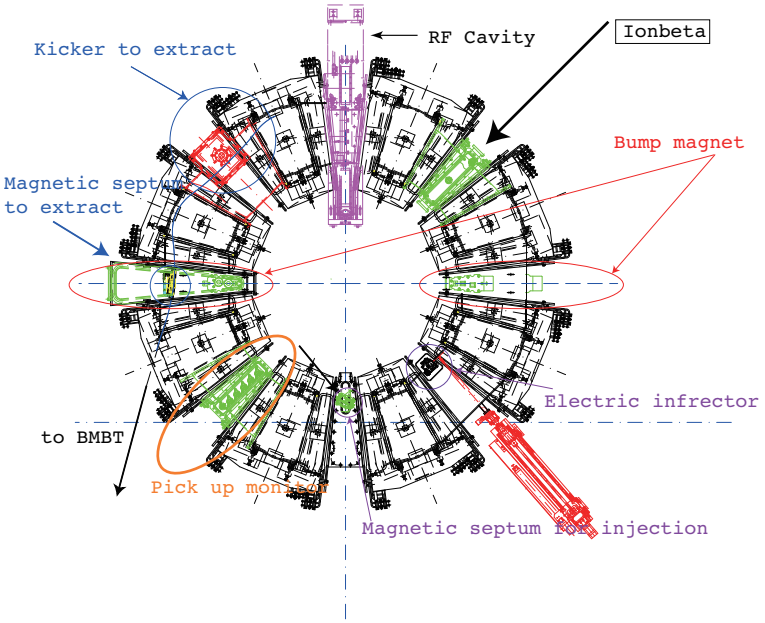


図 15: ブースターの各機器の配置

表 1: ビーム実験におけるブースターのパタメータ

セル数	8
k 値	2.5
入射エネルギー	1.5[MeV]
出射エネルギー	11.5[MeV]
スリップファクター (入射時)	0.711

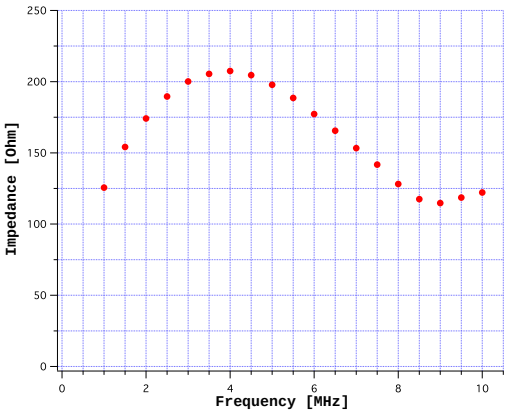


図 16: ブースター高周波加速空洞のインピーダンス測定の結果

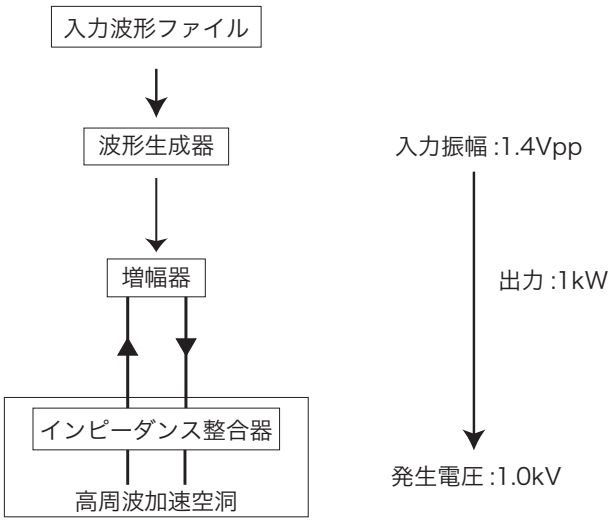


図 17: 高周波加速空洞の機器構成

3.1.3 静電ピックアップモニターの概要

ブースターには非破壊型の静電ピックアップモニターがある。これはリング内直線部分に設置した平板のことで、バンチモニターとも言う。ビームが通過する時にのみバンチモニター表面に電圧が誘導され、その信号を増幅器を通して測定に用いている。バンチモニターの信号強度は主にバンチビームの進行方向の幅、すなわち位相幅とバンチモニターからの垂直方向の距離に依存している。バンチビームの位相幅が小さい場合、電荷密度が高まり通過時間も短くなるため、バンチモニターの信号は大きくなる。一方バンチビームの位相幅が大きい場合には電荷密度が下がり、バンチモニター上を通過する時間も長くなるため、バンチモニターに誘起される電圧は小さくなり測定される信号も小さくなる。バンチモニターとの垂直方向の距離は、ブースターの場合入射時から加速終了時までほぼ一定と考えて良い。

ブースター入射時の周回周波数は 1.962MHz であるので、バンチモニターには約 500μs 毎にバンチビームの信号が誘起される。しかしながら通常入射から数 ms の時間幅を見るのでバンチモニター上の信号は、バンチビームのゆっくりした運動に由来するものと考えて良い。図 (18) には入射ビームの同期粒子の位相に合った正弦波でビーム捕獲を行った場合のバンチモニターの信号波形である。図中見える信号はビーム進行方向の位相空間での四極振動に由来するものである。図中信号電圧が急激に下がっている箇所が入射時である。これは入射ビームがバンチ化する前にバンチモニターに当たり、その電荷によって増幅器が飽和しているからである。

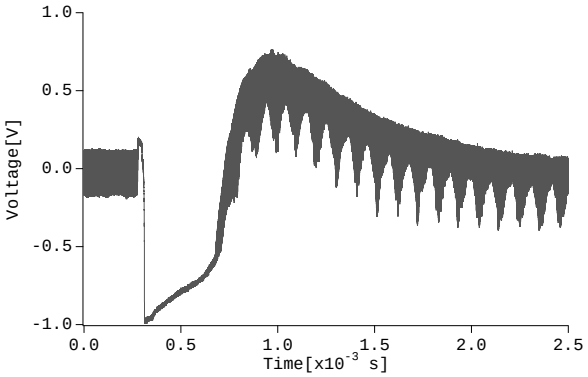


図 18: バンチモニターの信号波形 (捕獲過程)

3.2 鋸歯状波の調整

高周波加速空洞と増幅器を結ぶ伝送回路の周波数特性 ([10]) のため、高調波を想定通りに出力するには各々の高調波の振幅と位相を調整する必要がある。鋸歯状波の調整を行うために、高周波加速空洞に発生する電圧を図 (19) のように 1000:1 の高圧プローブを用いて測定した。ブースターの加速空洞は既にリングに組み込まれているためギャップ直後のフィーダーにアクセスすることが難しく、測定はインピーダンス整合器の直後で行った。各高調波の位相と振幅を調整しない場合、空洞に出力される鋸歯状波は図 (20) のようになり線形な斜面とは言い難いものであった。入力パターンの高調波の位相と振幅を表 (2) のように調整した結果、空洞に出力される鋸歯状波は図 (21) のようになり、フーリエ変換後の各次数の高調波成分の振幅は表 (3) のようになる。この表には式 (26) で与えられる理想的な鋸歯状波の場合も合わせて記してある。鋸歯状波の調整は不十分であるが、周期 2π に渡り斜面が広がり、その両端で鋭く反転していることから正弦波と比べて、その非線形部分を十分小さくすることが出来たものと考え、実験ではここで調整した鋸歯状波波形を用いた。

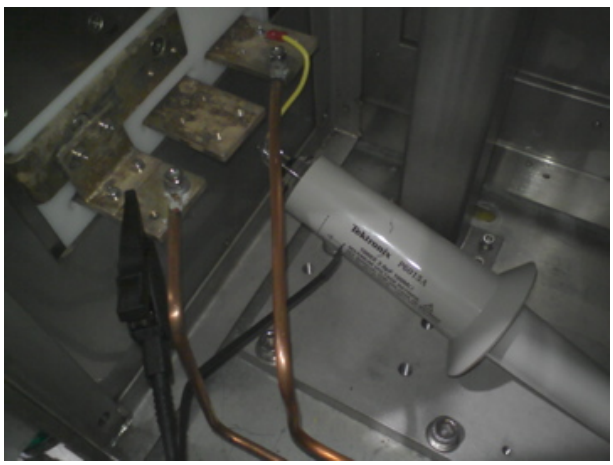


図 19: 空洞電圧測定機器の外観

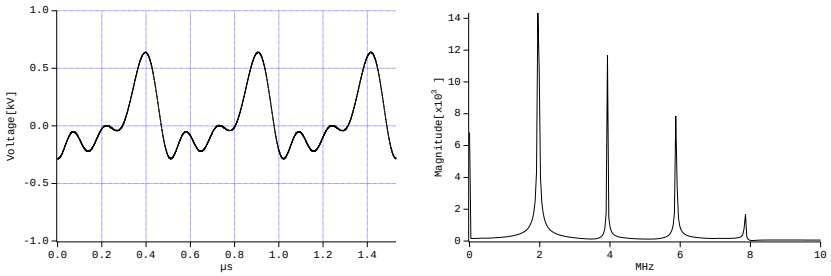


図 20: 位相振幅調整前の波形 (左:実測値、右:FFT の結果)

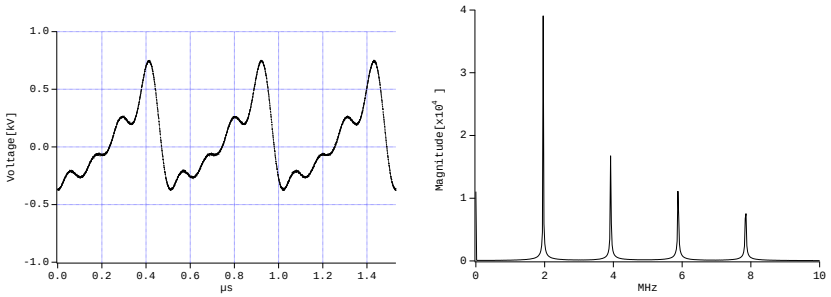


図 21: 位相振幅調整後の波形 (左:実測値、右:FFT の結果)

表 2: 入力波形の位相と振幅の変化

高調波の次数 (理論値)	位相 [deg]	振幅 [%](基本波の振幅との比)
2	0	50.0
3	0	33.3
4	0	25.0
高調波の次数 (実測値)	位相 [deg]	振幅 [%](基本波の振幅との比)
2	-40	40.0
3	+80	26.7
4	+20	75.0

表 3: フーリエ変換後の各成分の強度の違い (理論値と実測値)

	(二次/基本波)	(三次/基本波)	(四次/基本波)
計算	0.5877	0.4279	0.2146
調整前	0.8152	0.5490	0.1170
調整後	0.4290	0.2845	0.1930

3.3 ビーム試験

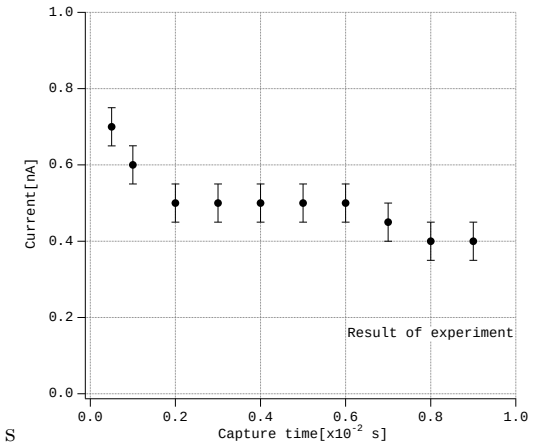
ビーム試験として次の三つの実験を行った。なお正弦波を用いてシンクロトロン振動の 1/4 周期後に加速移行する捕獲方法を鋸歯状波捕獲法と比較するために、正弦波位相回転捕獲法という名称を以下使用する。また以下全ての実験において、捕獲時の正弦波及び鋸歯状波の電圧はビームが入射する数十 μs 前から印加されている。高周波加速空洞の Q 値が低いので入射ビームが数周リングを回る間に電圧は所定の値まで立ち上がるものと思われるが、その間に粒子は中途半端な捕獲電圧で位相回転を始める事になる。空洞電圧をビーム入射後に上げないのはこのような不確定要素を取り除く為である。

- 断熱捕獲法によるビーム電流値測定
  (捕獲時間を変えてビーム電流値を測定)
- 鋸歯状波捕獲法と正弦波位相回転捕獲法とのビーム電流値比較実験
  (加速位相を変えてビーム電流値を測定)
- 最適捕獲時間の比較実験
  (鋸歯状波と正弦波の各々に対し捕獲時間と捕獲電圧とを変え
  ビーム電流値を測定)

3.3.1 断熱捕獲実験

本研究で断熱捕獲法を用いたビーム実験を行う理由は、鋸歯状波捕獲法との違いを検証するためである。実験では式 (27) で表される二次関数を用いて空洞電圧 $V_{\mathbf{adi}}$ を、加速電圧 $V_{\mathbf{acc}}$ まで捕獲時間 $T_{\mathbf{adi}}$ 掛けて上げた。加速電圧は 1kV に固定し捕獲時間を変えて測定したビーム電流値を図 (22) に示す。ビーム電流値は捕獲時間が増えるにつれて少し小さくなっているように思われる。断熱捕獲の時間を長く取る程フィラメンテーションによるビームエミッタンスの増大を抑えられるので、加速効率も良くなるはずであるがこの結果はそれに反したものになっている。捕獲時間を 2ms とした場合のバンチモニターのビーム信号は図 (23) のようになった。前述の通りこのバンチモニターの信号から、四極振動が残っていることが分かる。すなわち 2ms では断熱性を保つことが出来なかったということである。図 (24) には捕獲時間を 3ms とした場合のバンチモニターの信号波形とその時の高周波加速空洞に入力されている電圧パターンを示してある。この場合も図 (23) と同様に四極振動している様子が観測されている。

$$V_{\mathbf{adi}} = \frac{V_{\mathbf{acc}}}{T_{\mathbf{adi}}^2} t^2 \tag{27}$$



S

図 22: 断熱捕獲を行った場合の実験結果

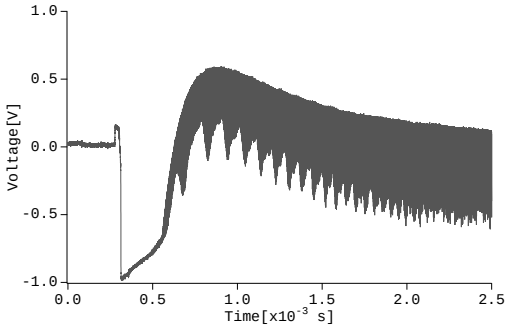


図 23: バンチモニターの信号波形 (断熱捕獲)

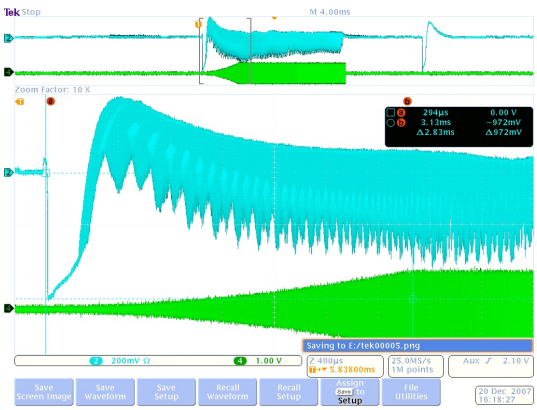


図 24: 断熱捕獲時の捕獲電圧とバンチモニターの様子

3.3.2 鋸歯状波捕獲法と正弦波位相回転捕獲法の比較実験

実験では加速電圧を 1kV、加速位相を 25 度及び 40 度に固定し鋸歯状波捕獲法を用いた場合のビーム電流値と、正弦波位相回転捕獲法を用いた場合のビーム電流値を比較した。入射ビームのビーム電流値を非破壊的にモニターする機構が無いことから入射ビームに対するビーム電流値比を用いることが出来ない。そこで入射ビームの揺らぎの影響を除くために、測定を行う前に十分安定な運転条件を見つけた以後、入射機器の調整を行う事なく短時間で測定を終了した。鋸歯状波捕獲法及び正弦波位相回転捕獲法を行うにあたり、その捕獲時間は図 (25) に示すシンクロトロン振動の 1/4 周期の計算値を元に定めた。ここで用いた計算値とは、位相空間内での位相回転後のビームの形状から算出したものである。

加速位相 25 度で鋸歯状波捕獲法を用いた場合のバンチモニターのビーム信号を図 (26) に示す。前節の断熱捕獲法を用いた場合のバンチモニターのビーム信号と比較すると、四極振動が見えず、信号も大きいことが分かる。各加速位相での捕獲方法の違いによるビーム電流値を図 (27) 及び図 (28) に示す。加速位相 25 度で鋸歯状波捕獲法を用いた場合、捕獲電圧が 0.3kV から 0.6kV でそのビーム電流値は広いピークを作っている。加速位相 40 度の場合にも同様のピークが捕獲電圧 0.2kV から 0.7kV で見られる。正弦波位相回転捕獲法を用いた場合のビーム電流値にはピークは無く、加速位相 40 度では捕獲電圧が大きくなるに従ってビーム電流値が下がっているように思われる。

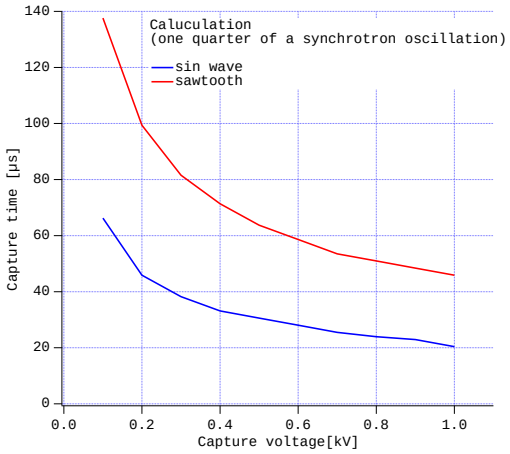


図 25: シンクロトロン振動の 1/4 周期の計算値

3.3.3 最適捕獲時間の測定

第二章において鋸歯状波捕獲法を行う場合の捕獲時間をシンクロトロン振動の 1/4 周期分にする理由は、短時間で加速バケツとのマッチングを取る為

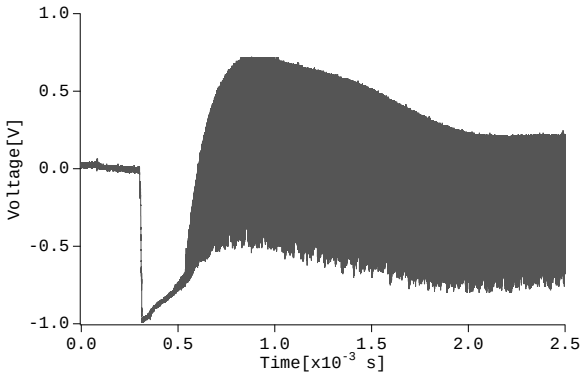


図 26: バンチモニターの信号波形 (鋸歯状波捕獲)

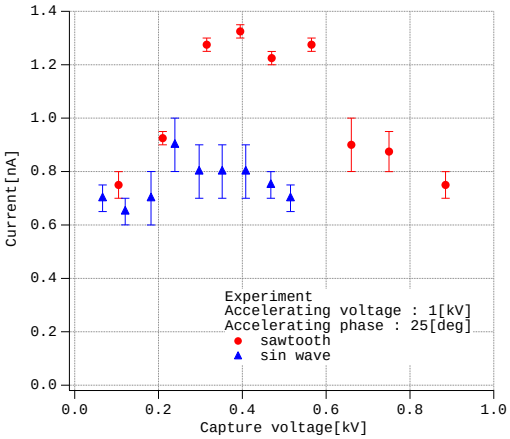


図 27: ビーム電流値の捕獲電圧依存性 (加速位相 25 度)

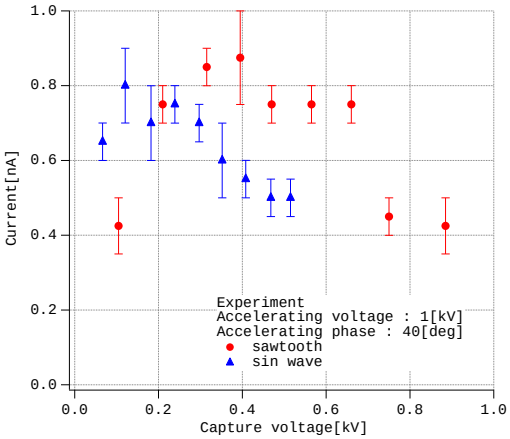


図 28: ビーム電流値の捕獲電圧依存性 (加速位相 40 度)

であると説明した。しかしながら短時間であるだけでなく加速時の損失を少なくすることが可能な捕獲時間の最適解を、実験的に求めるために以下の測定を行った。加速電圧を 1kV、加速位相を 25 度とし、鋸歯状波と正弦波の二通りの捕獲電圧波形に対し、捕獲時間と捕獲電圧を変えてビーム電流値の二次元測定を行った。入射ビームの揺らぎを除く為に、ここでは基準となる加速パターンでのビーム電流値を各測定点ごとに測定し、ビーム電流値の比を比較に用いることにする。基準となる加速パターンは表 (4) に示されるようなパラメータで作られており、鋸歯状波捕獲法を用いたもので、数ヶ月間日々のビーム実験に使用し高い加速効率と安定性を証明されている。

ビーム電流値比には各測定点での電流値誤差と基準パラメータの電流値誤差の両方が伝搬されることから、式 (28) を用いてビーム電流値比の誤差を評価し、その誤差を含めた電流値比を図 (29) 及び図 (30) に示す。図中四角形でプロットしてあるものは図 (25) に示したシンクロトロン振動の 1/4 周期の計算値 $T_{s(1/4)}$ である。

正弦波を用いた場合、基準加速パターンの約 50%程度しかビーム電流値を得ることの出来ない領域が多くあることが分かる。加えて各捕獲電圧に対する電流値のピークがはっきりせず、$T_{s(1/4)}$ の軌跡上にそのピークが存在しているとは言い難い。一方鋸歯状波を用いた場合には捕獲電圧に対するビーム電流値のピークが $T_{s(1/4)}$ と非常に近いところに存在していることが分かる。

表 4: 基本加速パターンの各パラメータ

捕獲方法	鋸歯状波捕獲
捕獲電圧	0.6kV
捕獲時間	47μs
加速時間	1.0kV
加速位相	25 度

$$
\begin{aligned}
\mathbf{Ratio} &= \frac{I_{\mathbf{m}}}{I_0} \\
\Delta(\mathbf{Ratio}) &= \frac{\partial(\mathbf{Ratio})}{\partial I_{\mathbf{m}}}\Delta I_{\mathbf{m}} + \frac{\partial(\mathbf{Ratio})}{\partial I_0}\Delta I_0 \\
&= \left(\Delta I_{\mathbf{m}} - \frac{I_{\mathbf{m}}}{I_0}\Delta I_{\mathbf{m}}\right)\frac{1}{I_{\mathbf{m}}}
\end{aligned}
\tag{28}
$$

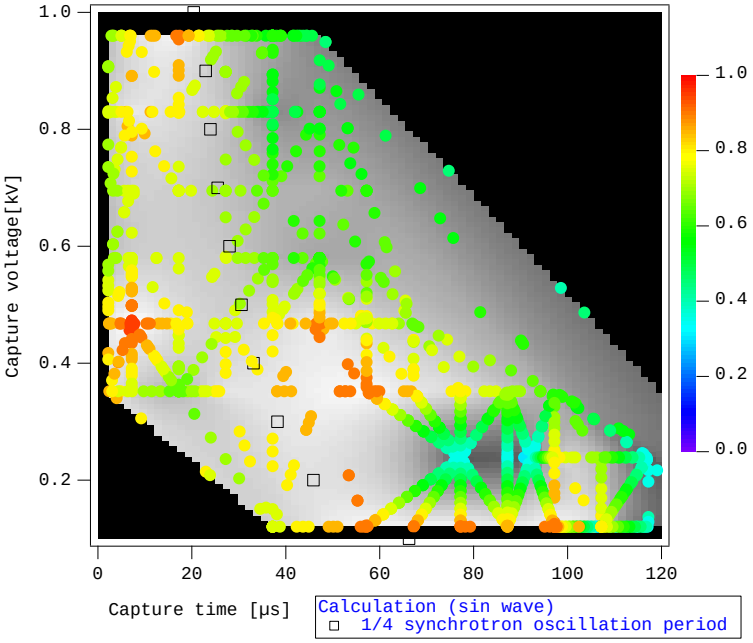


図 29: ビーム電流値比の分布図 (正弦波)

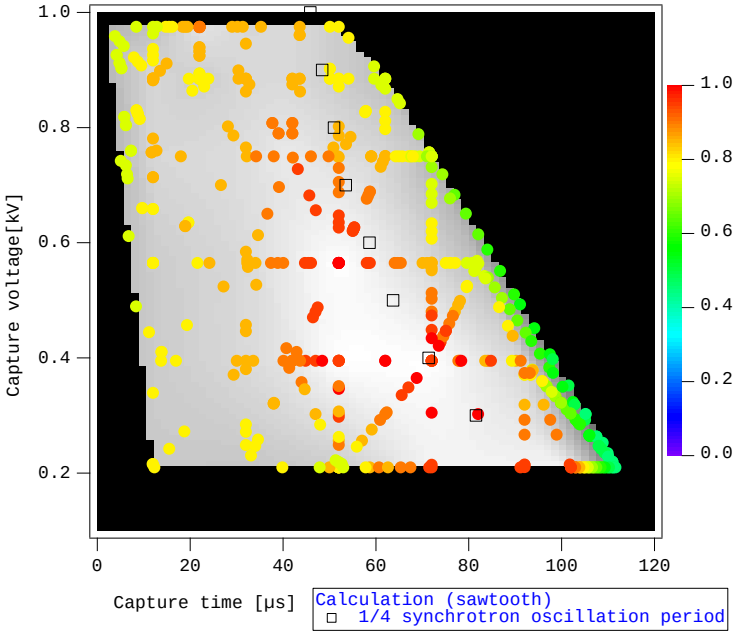


図 30: ビーム電流値比の分布図 (鋸歯状波)

4　解析

この章では前章で示した実験結果について計算結果を用いて解析を行う。より実験を再現する計算を行うために入射ビームの運動量分布を知る必要がある。しかしながらコースティングビームに対して入射ビームの運動量分布を測定することは困難であることから、ブースターの入射器にあたるイオンベータ出射時に静電デフレクターによって蹴りだされる周回数から求められる運動量分布を元に、計算では適当な値を仮定することにする。陽子 1.5MeV のローレンツ因子 γ はほぼ 1 に等しいと見なすことが出来るので、運動量分布は式 (29) のように近似される。蹴りだされる周回数と想定される運動量分布は表 (5) のようになるので、計算では主に運動量分布が 0.1[%] から 0.3[%] の場合を仮定した。ブースター入射時のステーショナリーバケットの許容運動量分布と捕獲電圧の関係は図 (31) に示される通りで、ここで仮定した入射時の運動量分布よりも十分大きいことが分かる。

計算では加速以降時の損失を評価するために次の二つの変数を用いる。ひとつは加速移行時に加速バケツ内部に存在する粒子数と初期状態の粒子数の比である $R_{\mathbf{emit}}$ であり、もうひとつは加速バケツ内部で粒子が占める面積と加速バケツの面積との面積比 $R_{\mathbf{emit}}$ である。これらの変数は図 (32) の赤線で示されるような加速バケツ内部の粒子の個数と面積に注目している。

$$\frac{dp}{p} = \frac{1}{2}\frac{\Delta E}{E} \tag{29}$$

表 5: 運動量分布の見積もり

蹴りだされた周回数	運動量分布 [%]
1	0.067
6	0.2
10	0.33

4.1　断熱捕獲法について

加速電圧 1kV、加速位相 25 度そして初期運動量分布を 0.3%とした時に、断熱捕獲法を用いた場合の $R_{\mathbf{surv}}$ 及び $R_{\mathbf{emit}}$ の捕獲時間依存性についての計算結果を図 (33) 及び図 (34) に示す。十分ゆっくり捕獲電圧を上げることで、加速移行時に取りこぼす粒子数は減り、ビームエミッタンスも小さくなることが分かる。捕獲時間が 1ms 以下の場合には $R_{\mathbf{emit}}$ の値の上昇が見られることから、捕獲過程の断熱性が十分でないためにフィラメンテーションを起こしていることが分かる。このように計算では捕獲時間を長く取る事でそれだけ加速移行時の損失は減ると予想されるのに対し、実験結果では捕獲時間が

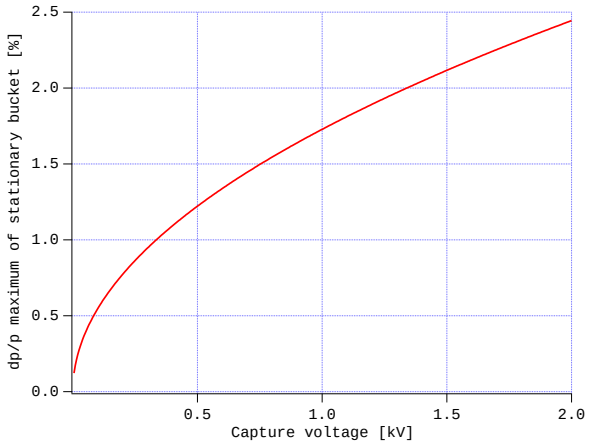


図 31: 捕獲電圧と許容運動量分布の関係

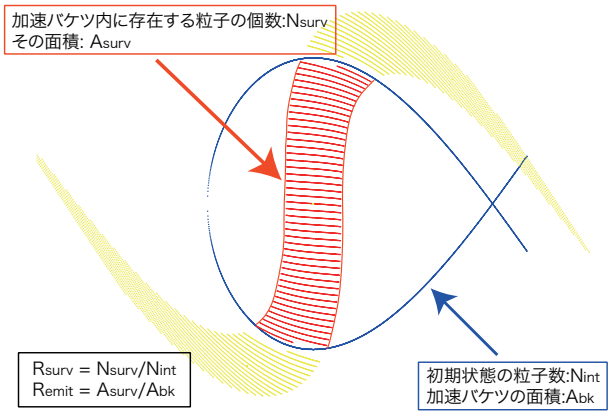


図 32: $R_{\mathbf{surv}}$ 及び $R_{\mathbf{emit}}$ の定義

増えるに従い、ビーム電流値は一定もしくは減少していることから、加速移行時以外で損失が生じているものと考えられる。その一つがリング内の真空度による損失である。真空チェンバー内の残留気体との衝突でビームが失われる可能性は周回数が増す毎に増加するものと考えられる。

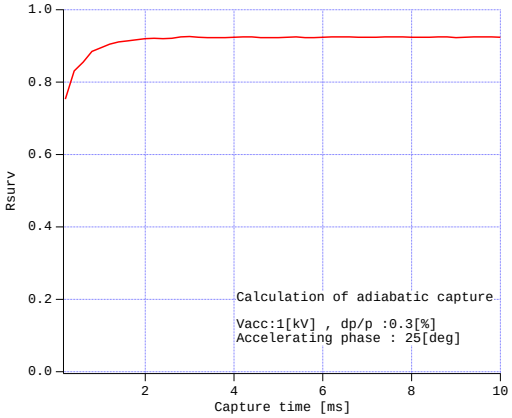


図 33: $R_{\mathbf{surv}}$ の捕獲時間依存性

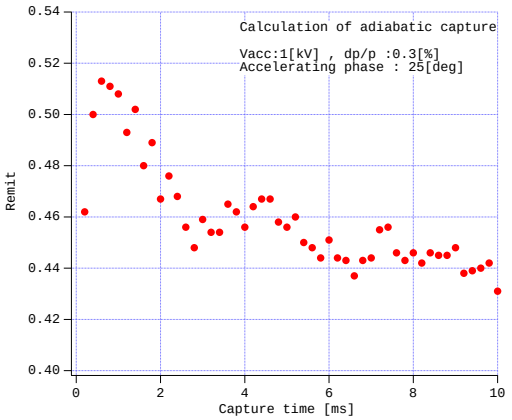


図 34: $R_{\mathbf{emit}}$ の捕獲時間依存性

4.2 鋸歯状波捕獲法と正弦波位相回転捕獲法について

鋸歯状波捕獲法を行った場合に、加速位相 25 度の方が加速位相 40 度の場合よりもビーム電流値の最大値が大きくなる第一の要因は、加速バケツの大きさであるものと考えられる。加速バケツの大きさは図 (35) のように加速位相が大きくなるに従って小さくなる。加速位相 25 度の加速バケツの大きさはステーショナリーバケットの約 38[%] であるのに対し、加速位相 40 度の場合

には約 18[%] になってしまうため、捕獲電圧を調整してマッチングを取っても、加速バケツに収まりきらないことが考えられる。その結果ビーム電流値の最大値が低くなっているのである。

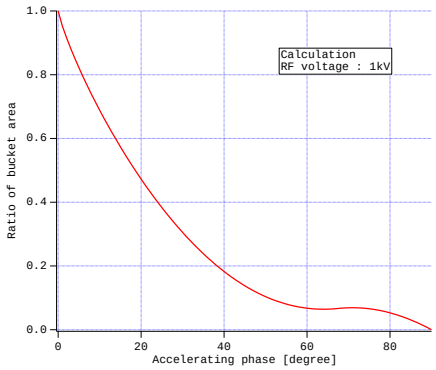


図 35: 加速バケツの大きさと加速位相の関係

加速電圧 1kV の場合の $R_{\mathbf{surv}}$ と捕獲時間の関係を次の図 (36) 及び図 (37) に示す。これらは加速位相を 25 度と 40 度のそれぞれの場合について、鋸歯状波捕獲法及び正弦波位相回転捕獲法を用いて計算したものである。加速バケツの大きさの違いは $R_{\mathbf{surv}}$ の最大値の違いとして現れており、捕獲方法に依らず、加速位相 25 度の場合の方が二割から三割程度大きいことが分かる。

鋸歯状波捕獲法の場合、加速位相 25 度では捕獲電圧が上がるにつれて $R_{\mathbf{surv}}$ の値は 1 に近づくが、加速位相 40 度では小さなピークが存在している。そのピークは運動量分布 0.3%の方が明瞭である。正弦波位相回転捕獲法を用いた場合、いずれの加速位相においても $R_{\mathbf{surv}}$ の値は捕獲電圧の増加に伴い単調減少しているように見える。

捕獲方法による $R_{\mathbf{surv}}$ の違いは、加速位相 25 度の場合には明確に鋸歯状波捕獲法の方が正弦波位相回転捕獲法に比べて大きいが、加速位相 40 度の場合、運動量分布が大きいとその差が小さくなる様子が分かる。

次に同様の計算を $R_{\mathbf{emit}}$ について行った結果を図 (38) 及び図 (39) に示す。これらは前節の断熱捕獲の場合とは異なり、ビームエミッタンスそのものでは無く、加速バケツによって切り取られたビームの一部分を見ているのである。しかしながら $R_{\mathbf{surv}}$ の計算結果と合わせることで、位相空間内でのビーム形状と捕獲電圧との関係を理解することが可能である。

加速位相 25 度において、運動量分布が 0.1%の場合、$R_{\mathbf{emit}}$ の値には捕獲方法の違いが見られないが、$R_{\mathbf{surv}}$ の値の違いは大きい。これは図 (40) に見られるように、初期条件として与えた運動量分布の値が小さいことから、位相回転後のビームの位相幅は捕獲方法に依らず小さいが、鋸歯状波捕獲法を用いた場合、位相回転後のビームのほとんどを加速バケツ内に取り込むことが可能であるからである。正弦波位相回転捕獲法の場合には、ビームが縦軸

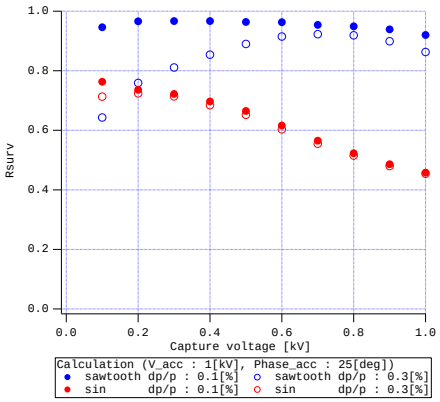


図 36: $R_{\mathbf{surv}}$ と捕獲電圧の関係 (加速位相 25 度)

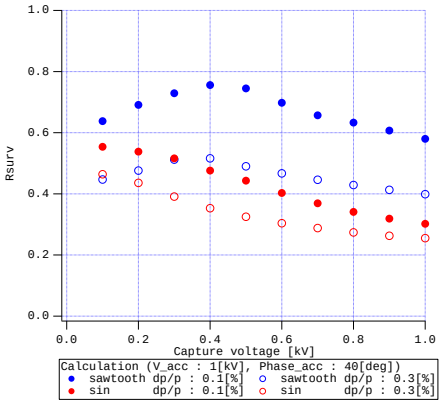


図 37: $R_{\mathbf{surv}}$ と捕獲電圧の関係 (加速位相 40 度)

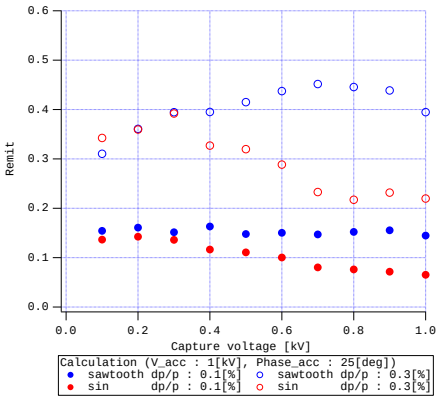


図 38: $R_{\mathbf{emit}}$ と捕獲電圧の関係 (加速位相 25 度)

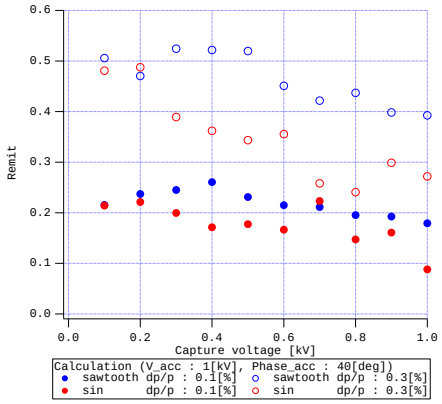


図 39: $R_{\mathbf{emit}}$ と捕獲電圧の関係 (加速位相 40 度)

運動量分布方向に細長い形状になっていることが分かる。しかしこの時加速バケツ内部に収まっている部分は、ほとんど同期粒子との位相差の小さい領域であるためその粒子数は小さい。

運動量分布が 0.3%の場合、$R_{\mathbf{emit}}$ の捕獲方法による違いは捕獲電圧 0.8kV 付近で大きくなっており、この時鋸歯状波捕獲法による $R_{\mathbf{emit}}$ の値は、正弦波位相回転捕獲法のそれよりも約 50%ほど大きくなっている。この場合、位相空間でのビーム形状は図 (41) のようになっており、位相回転後のビームの位相幅は鋸歯状波捕獲法の場合の方が大きいため、$R_{\mathbf{emit}}$ の値が大きいと考えることが出来る。

加速位相 40 度の場合の $R_{\mathbf{emit}}$ の値は、加速位相 25 度の場合と比べると離散的である。捕獲方法によってその値は異なるものの、全体的な傾向は $R_{\mathbf{surv}}$ と同じように、捕獲電圧の増加と共に $R_{\mathbf{emit}}$ の値は減少しているように思われる。

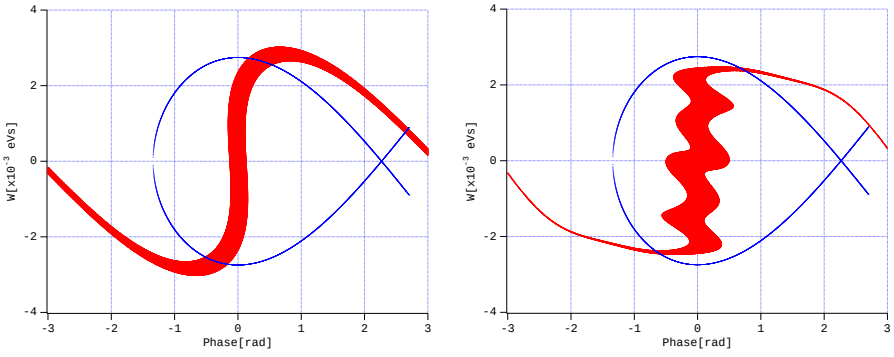


図 40: 位相回転後のビームの形状の違い (加速位相:25 度、運動量分布:0.1[%]) (捕獲電圧:0.8[kV]、加速電圧:1.0[kV]、左:正弦波位相回転捕獲法、右:鋸歯状波捕獲法)

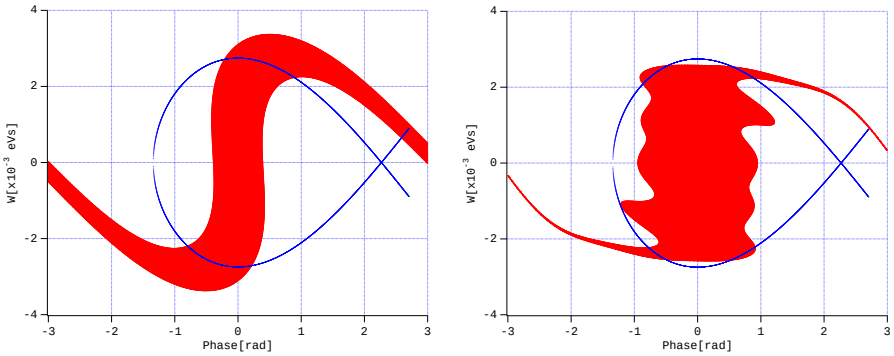


図 41: 位相回転後のビームの形状の違い (加速位相:25 度、運動量分布:0.3[%]) (捕獲電圧:0.8[kV]、加速電圧:1.0[kV]、左:正弦波位相回転捕獲法、右:鋸歯状波捕獲法)

4.3 最適捕獲時間について

捕獲電圧と捕獲時間に対する $R_{\mathbf{surv}}$ の分布を図 (42, 43) 及び図 (44, 45) に示す。正弦波を用いた場合、分布の形状が複雑で明確なピークが無く、全体的に $R_{\mathbf{surv}}$ の値が 0.5 付近にあることが分かる。鋸歯状波を用いた場合、図の中央部に広いピークが存在し、そのピーク時の $R_{\mathbf{surv}}$ は 0.9 を超えている。図中にプロットされている丸印は、シンクロトロン振動の 1/4 周期の計算値 $T_{s(1/4)}$ である。正弦波を用いた場合、$R_{\mathbf{surv}}$ と $T_{s(1/4)}$ との関係は明確でないが、鋸歯状波を用いた場合 $R_{\mathbf{surv}}$ のピーク部分が $T_{s(1/4)}$ に沿って存在していることが分かる。これは実験結果とも一致することである。

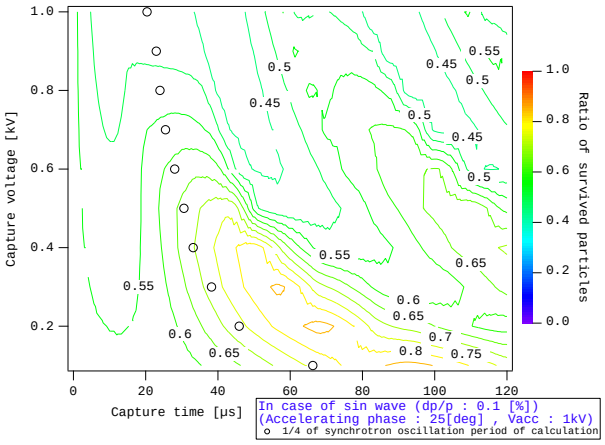


図 42: 正弦波を用いた場合の $R_{\mathbf{surv}}$ の分布 ($\frac{dp}{p}$: 0.1[%])

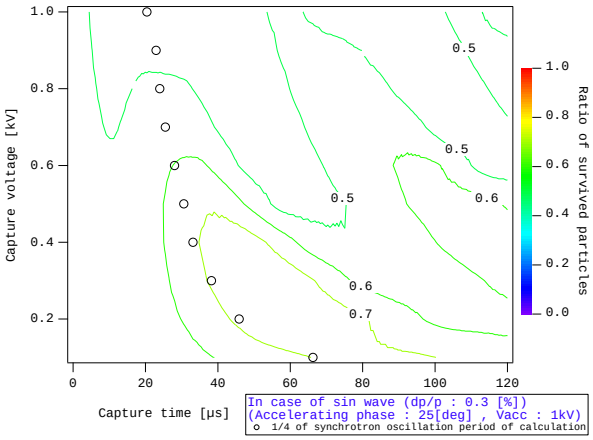


図 43: 正弦波を用いた場合の $R_{\mathbf{surv}}$ の分布 ($\frac{dp}{p}$: 0.3[%])

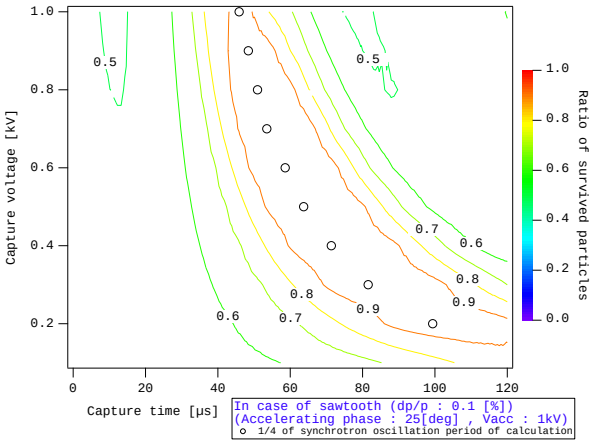


図 44: 鋸歯状波を用いた場合の $R_{\mathbf{surv}}$ の分布 ($\frac{dp}{p}$: 0.1[%])

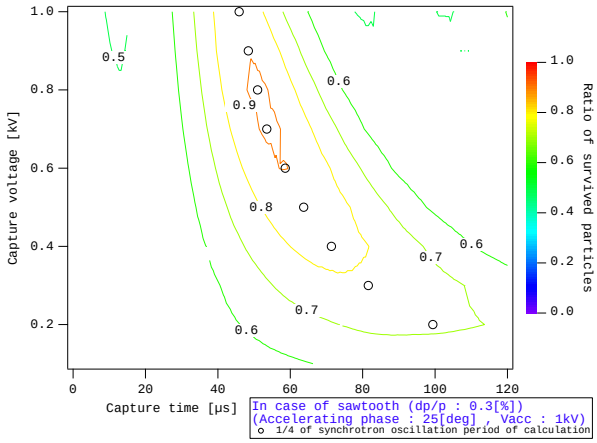


図 45: 鋸歯状波を用いた場合の $R_{\mathbf{surv}}$ の分布 ($\frac{dp}{p}$: 0.3[%])

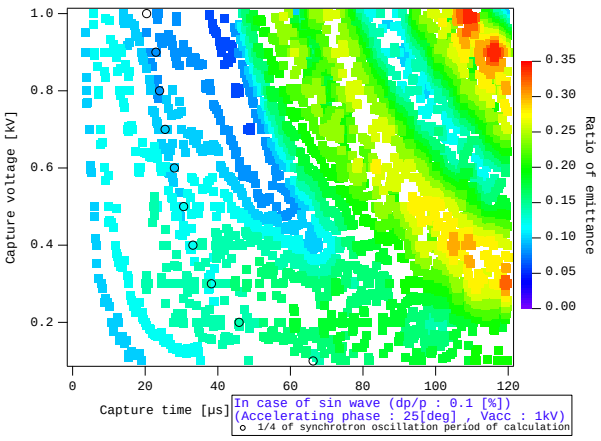


図 46: 正弦波を用いた場合の $R_{\mathbf{emit}}$ の分布 ($\frac{dp}{p}$: 0.1[%])

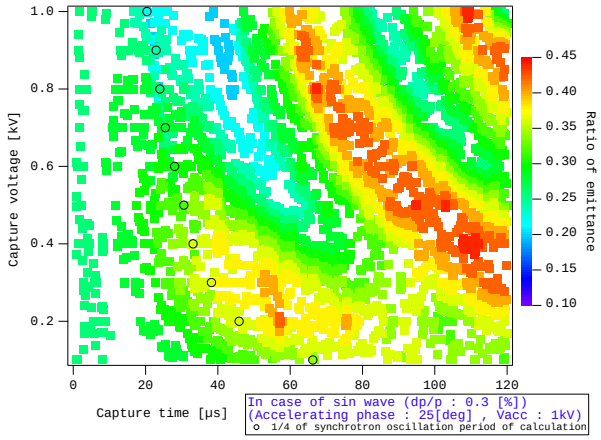


図 47: 正弦波を用いた場合の $R_{\mathbf{emit}}$ の分布 ($\frac{dp}{p}$: 0.3[%])

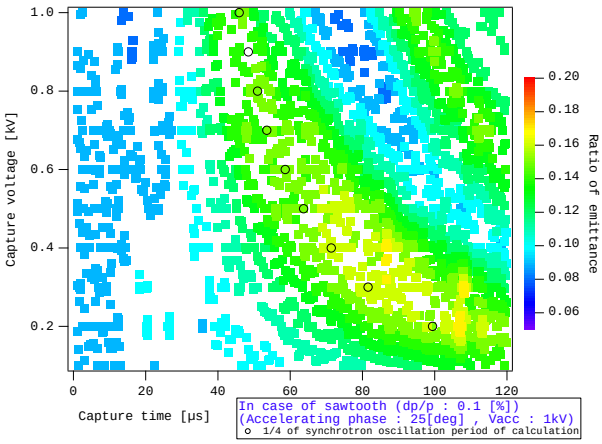


図 48: 鋸歯状波を用いた場合の $R_{\mathbf{emit}}$ の分布 ($\frac{dp}{p}$: 0.1[%])

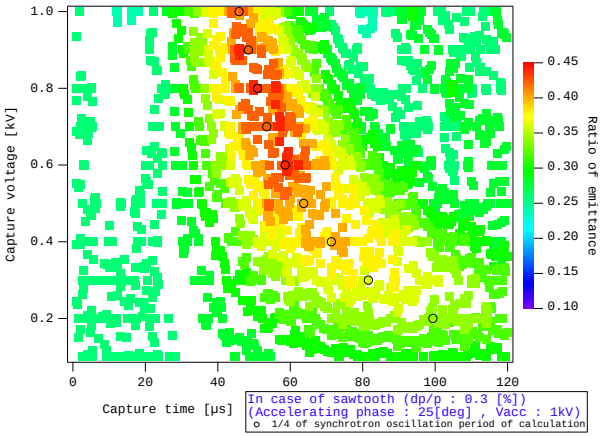


図 49: 鋸歯状波を用いた場合の $R_{\mathbf{emit}}$ の分布 ($\frac{dp}{p}$: 0.3[%])

次に捕獲電圧と捕獲時間に関する $R_{\mathbf{emit}}$ の分布を図 (46, 47) 及び図 (48, 49) に示す。運動量分布の違いにより $R_{\mathbf{emit}}$ の絶対値が異なることから各々の図によってカラースケールの値を変えて、$R_{\mathbf{emit}}$ の分布がより鮮明になるように調整してある。

正弦波を用いた場合、運動量分布の値の違いに依らず、図中右上に行くに従って $R_{\mathbf{emit}}$ の値が大きい領域が周期的に存在している。先程の $R_{\mathbf{surv}}$ の値と比較すると、$R_{\mathbf{emit}}$ の値が大きくなっている領域での $R_{\mathbf{surv}}$ の値がその他の領域と変わらないことが分かる。加速バケツ内に存在する粒子数が変化せずエミッタンスが大きくなる要因としてフィラメンテーションが考えられるが、$R_{\mathbf{emit}}$ の濃淡が周期的であることから、これはビームが進行方向の位相空間内で四極振動していることに由来するものと考えられる。その詳細については次章で説明する。

鋸歯状波を用いた場合の $R_{\mathbf{emit}}$ は、$R_{\mathbf{surv}}$ の場合と同様に $T_{s(1/4)}$ に沿ってピークが存在し、初期運動量分布の大きい 0.3[%] の方が 0.1[%] よりも高く広いピークを持つ。ただ図中に示された時間幅のなかには、鋸歯状波で見られるような周期的なピーク領域は存在しない。

以上のように、鋸歯状波を用いた場合の $R_{\mathbf{surv}}$ 及び $R_{\mathbf{emit}}$ の分布図は、実験結果の電流値比の分布をほぼ再現しているものと考えることが可能である。一方、正弦波を用いた場合の計算結果と実験結果との類似点は少ない。その主な理由として挙げられる事は、計算上での位相回転に遅れる粒子の振る舞いと、実際リング中での粒子の挙動との違いである。本節で用いた $R_{\mathbf{surv}}$ 及び $R_{\mathbf{emit}}$ の分布図より、捕獲時間及び捕獲電圧に対する加速移行時の全体的な傾向を知る事が出来た。しかしながらこれらの図からその詳細を理解することは難しい。そこで次章において捕獲電圧を固定した場合の捕獲時間に対する $R_{\mathbf{surv}}$ 及び $R_{\mathbf{emit}}$ の変化についての考察を行う。

5　考察

5.1　捕獲時間の最適化

本節では、鋸歯状波捕獲法における捕獲時間と加速バケツとのマッチング条件の関係についての考察を行う。前節では捕獲電圧を変えて全体的な傾向を把握したが、ここでは捕獲電圧を 1kV に固定し、加速電圧 1kV、加速位相 25 度の場合を考える。再掲になるが $R_{\mathbf{surv}}$ とは加速バケツ内に存在する粒子の個数に注目した割合であり、$R_{\mathbf{emit}}$ とは加速バケツ内部で粒子が占める加速バケツに対する面積比を表している。鋸歯状波を用いた場合と正弦波を用いた場合の各々について、運動量分布を変えて $R_{\mathbf{surv}}$ 及び $R_{\mathbf{emit}}$ を計算し、それらを図 (50) から図 (53) に示す。

図中赤色で記されたものが $R_{\mathbf{surv}}$ であり、青色で記されたものが $R_{\mathbf{emit}}$ である。捕獲電圧波形の違いが明瞭にあるのは $R_{\mathbf{surv}}$ の値である。鋸歯状波の場合には 0.9、0.8 を超えるピークが存在するのに対して、正弦波ではいずれの運動量分布においても 0.5 付近で、捕獲時間に対する大きな変化は見られない。さらに鋸歯状波を用いた場合に存在する $R_{\mathbf{surv}}$ のピークの捕獲時間は、図 (25) に示した加速電圧 1kV でのシンクロトロン振動の 1/4 周期 (46μs) と一致している。このことは鋸歯状波を用いる場合、シンクロトロン振動の 1/4 周期に捕獲時間を設定することで、最も多くの粒子を加速バケツ内に収めることが可能であることを意味し、前節行った解析結果とも一致する。

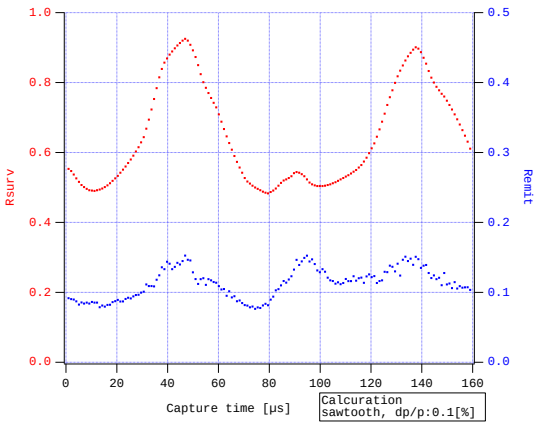


図 50: $R_{\mathbf{surv}}$ 及び $R_{\mathbf{emit}}$ と捕獲時間の関係 (鋸歯状波、$\frac{dp}{p} = 0.1[\%]$)

一方 $R_{\mathbf{emit}}$ の捕獲時間に対する傾向は、$R_{\mathbf{surv}}$ とは異なり、正弦波を用いた場合にも明確なピークを作っている。そのピークが作られる要因は位相空間内のビーム形状と加速バケツの形にあるものと考えられる。前章第二節で説明したように、正弦波を用いた場合、加速バケツ内部に収まることの出来る粒子の大半は同期粒子との位相差の小さく、位相回転に遅れの生じない部

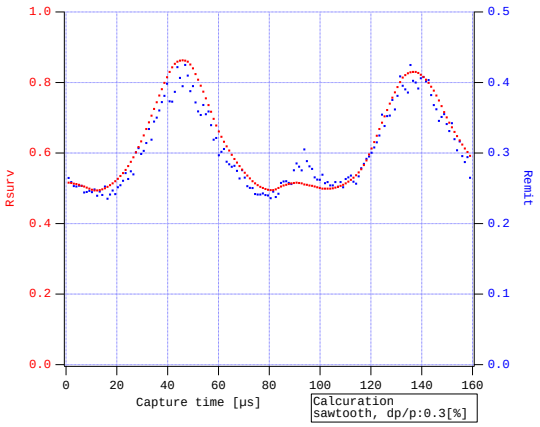


図 51: $R_{\mathbf{surv}}$ 及び $R_{\mathbf{emit}}$ と捕獲時間の関係 (鋸歯状波、$\frac{dp}{p} = 0.3[\%]$)

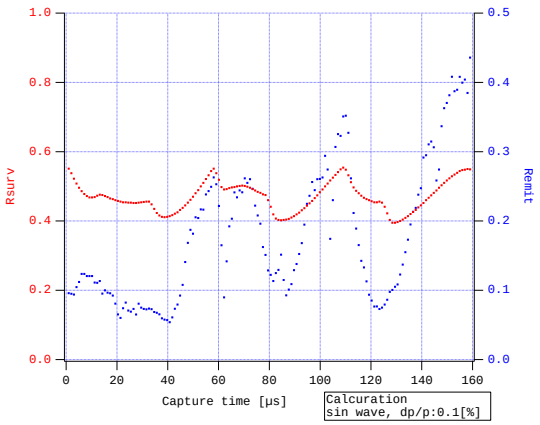


図 52: $R_{\mathbf{surv}}$ 及び $R_{\mathbf{emit}}$ と捕獲時間の関係 (正弦波、$\frac{dp}{p} = 0.1[\%]$)

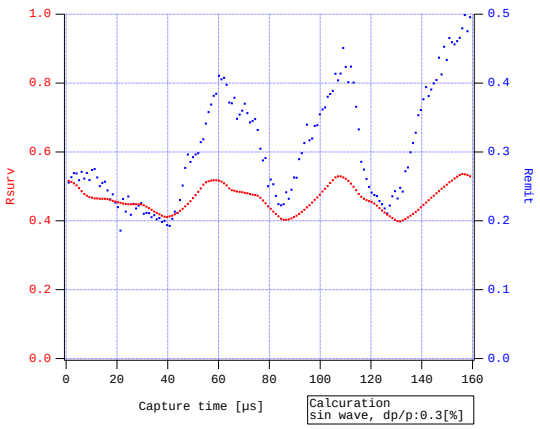


図 53: $R_{\mathbf{surv}}$ 及び $R_{\mathbf{emit}}$ と捕獲時間の関係 (正弦波、$\frac{dp}{p} = 0.1[\%]$)

分であるので、図 (54) に示すように長方形状のビームが位相回転しているものと考えて構わない。すると位相回転後のビームは加速バケツによってその一部分を切り取られることになり、加速バケツ内で粒子が占める面積は主に加速バケツの縦幅、横幅すなわち加速バケツの許容運動量分布の最大値と位相幅で主に決まることが分かる。図 (55) に示した加速電圧 1kV での、加速位相と加速バケツの位相幅、運動量分布幅及び計算で用いている W の関係より、位相空間の縦軸、横軸を同じスケールでとらえ、数字の大小のみ比較すると、許容運動量分布の最大値の方が位相幅よりも大きいことが分かる。

このようにして $R_{\mathbf{emit}}$ の計算結果には、シンクロトロン振動の 1/4 周期毎にピークが現れるのである。これの現象はあたかもビームが加速バケツの位相幅と許容運動量分布幅の比を 1/4 周期毎に交換しながら四極振動をしているようであり、前節で示した $R_{\mathbf{emit}}$ の分布図に見られた周期的なピークはこれを表しているものと考えられる。しかしながら正弦波位相回転捕獲法を用いた場合の $R_{\mathbf{emit}}$ のピークとシンクロトロン振動の 1/4 周期の計算値とは一致しておらず、図 (25) では約 20μs であるのに対して、図 (52, 53) では約 60μs 付近にピークが存在している。これは加速バケツ内部に、位相回転に遅れた粒子も少ないながらも含まれるためビーム全体の巨視的なシンクロトロン振動がゆっくりしたものになるからであるものと考えられる。

鋸歯状波を用いた場合にも同様のことを言うことが出来るが、初期の運動量分布が 0.1%と小さい場合、位相回転後にビーム全体を加速バケツ内部に収めることが可能であることから、上記のような $R_{\mathbf{emit}}$ のピークが現れない。運動量分布が 0.3%の場合 $R_{\mathbf{emit}}$ にピークは存在するが、同じ捕獲時間において $R_{\mathbf{surv}}$ にもピークがある。このことからシンクロトロン振動の 1/4 周期の時点では加速バケツ内部に、ビーム全体が収まるような形状になっており、その後加速バケツにより一部分が切り取られることで、正弦波の場合と同じように四極振動が見えているのである。

以上より鋸歯状波捕獲法における捕獲時間の最適値がシンクロトロン振動の 1/4 周期に等しく、正弦波を用いるよりも効率良く、ビーム全体を加速バケツ内部に収めることが可能であることが分かる。

5.2 加速位相の最適化

現在のブースターの運転パラメータにおける加速位相と運転周期の関係を図 (56) に示す。加速位相の増加と共に加速時間は反比例して減少していくが、先の図 (35) に示したように加速バケツの大きさも小さくなってしまうため、加速移行時の損失も生じ易くなる。本節では鋸歯状波捕獲法における加速バケツとのマッチング条件の加速位相依存性について述べる。

鋸歯状波捕獲法を用いた場合の捕獲電圧と加速電圧に対する $R_{\mathbf{surv}}$ の分布を図 (57) 及び図 (58) に示す。これらは加速位相を 25 度及び 40 度の場合につ

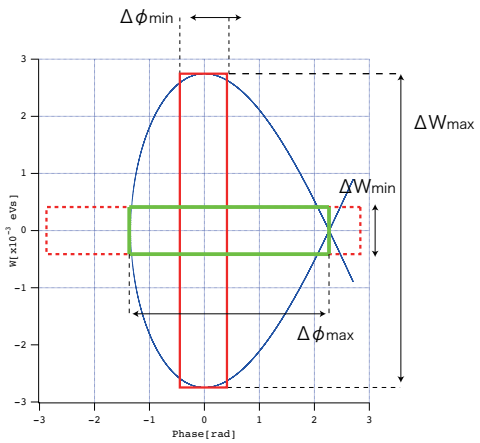


図 54: $R_{\mathbf{emit}}$ のピークの構造

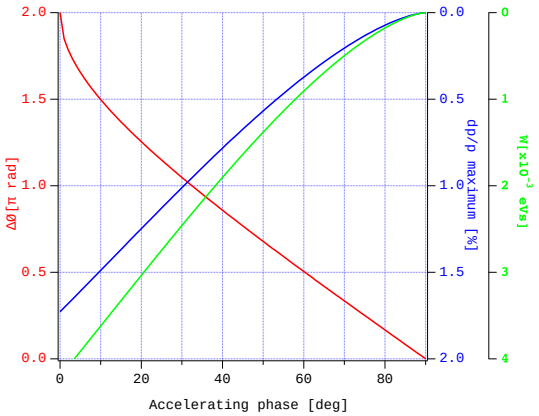


図 55: 加速バケツの位相幅と許容運動量分布 (加速電圧： 1kV)

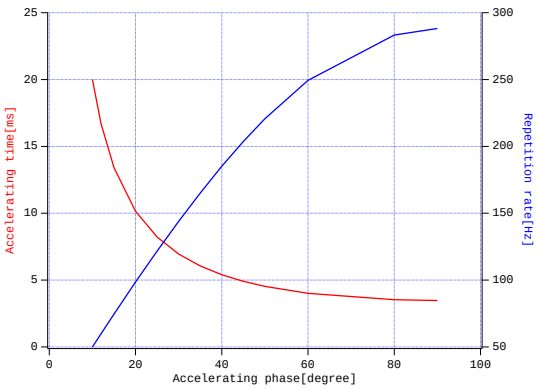


図 56: ブースターにおける加速位相と加速時間の関係

いて、初期運動量分布を 0.1%と 0.3%のそれぞれについて計算したものである。また鋸歯状波捕獲法と正弦波位相回転捕獲法との違いを見る為に、正弦波位相回転捕獲法を用いた場合の $R_{\mathbf{surv}}$ の分布を図 (59) 及び図 (60) に示す。

加速位相の違いは $R_{\mathbf{surv}}$ の値の違いとして分布図には現れており、加速位相 25 度で鋸歯状波捕獲法を用いた場合には、$R_{\mathbf{surv}}$ の値が 0.9 を超える領域が広く存在する事が分かる。加速位相 40 度の場合にはそれほど $R_{\mathbf{surv}}$ の値が高い領域は存在しないが、加速位相 25 度の場合と同様に $R_{\mathbf{surv}}$ の等高線が折れ曲がって分布図に尾根のようなものが存在する構造をしている。これは正弦波位相回転捕獲法を用いた場合の分布図には存在しないものである。また各加速位相において運動量分布の値が小さい場合、捕獲方法の違いは顕著で、鋸歯状波の方が正弦波を用いるよりもより多くの粒子を加速過程に導くことが可能であることが分かる。

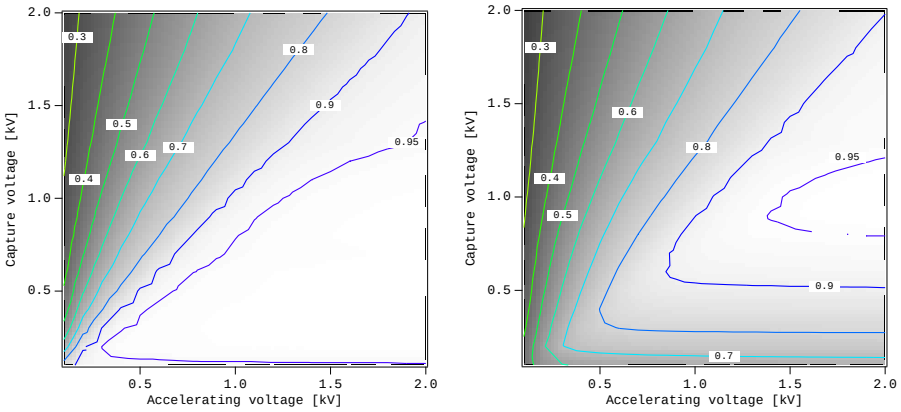


図 57: $R_{\mathbf{surv}}$ の分布 (鋸歯状波捕獲、加速位相 25 度)
(左 : $\frac{dp}{p} = 0.1[\%]$、右 : $\frac{dp}{p} = 0.3[\%]$)

図 (61) に示す加速位相 25 度、加速電圧 1kV そして運動量分布 0.3[%] の場合を例に、この $R_{\mathbf{surv}}$ の尾根について説明する。捕獲電圧が低い場合、加速移行時のビームの形状は図 (61) の左側に示されるように、位相方向に幅を持っているため加速バケツ内に収まる粒子数が少なく、$R_{\mathbf{surv}}$ の値は低い。捕獲電圧が増えるとともに、位相回転後のビームの位相幅は加速バケツに収まるようになる。一端ビーム全体が加速バケツ内に収まると、その運動量分布が加速バケツの許容運動量分布に達するまで加速バケツ内の粒子数は大きくは変化せず、$R_{\mathbf{surv}}$ が一定の領域が生まれる。さらに捕獲電圧が大きくなると、位相回転後のビームは図 (61) の右側に示されるように加速バケツからはみ出すほど大きな運動量分布となるため、加速バケツ内の粒子数は減少し $R_{\mathbf{surv}}$ の値も小さくなってしまう。$R_{\mathbf{surv}}$ が一定である領域が大きいほど、捕獲電圧もしくは捕獲時間に対する自由度が増し、精密な調整を必要としない捕獲が可能となる。

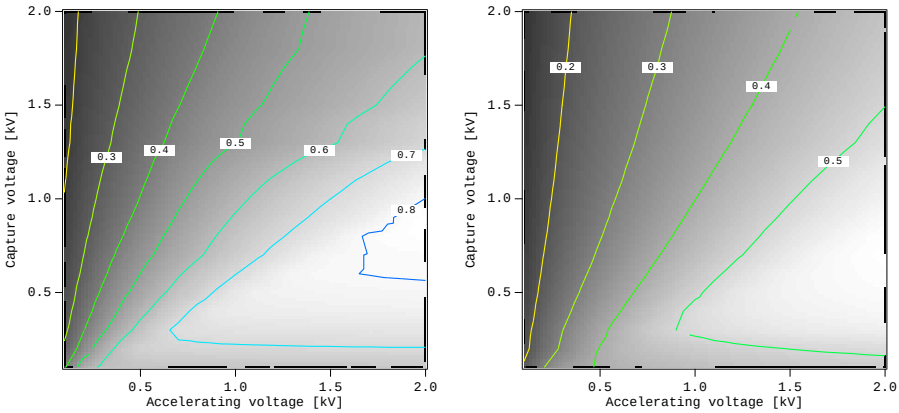


図 58: $R_{\mathbf{surv}}$ の分布 (鋸歯状波捕獲、加速位相 40 度)
(左： $\frac{dp}{p} = 0.1[\%]$、右： $\frac{dp}{p} = 0.3[\%]$)

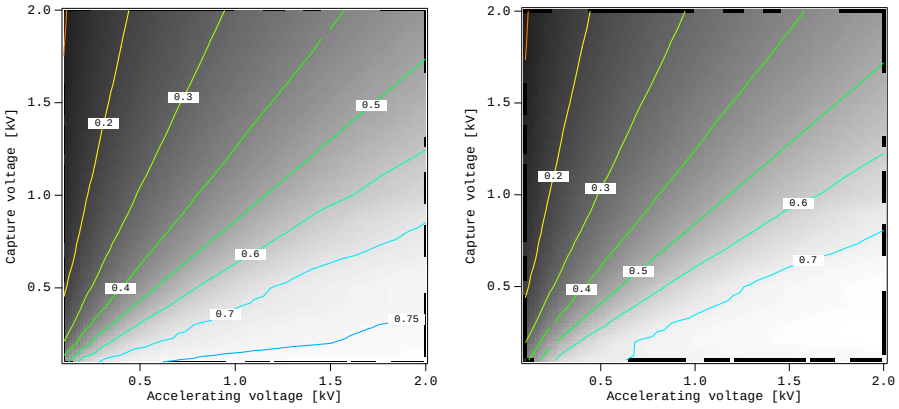


図 59: $R_{\mathbf{surv}}$ の分布 (正弦波位相回転捕獲、加速位相 25 度)
(左： $\frac{dp}{p} = 0.1[\%]$、右： $\frac{dp}{p} = 0.3[\%]$)

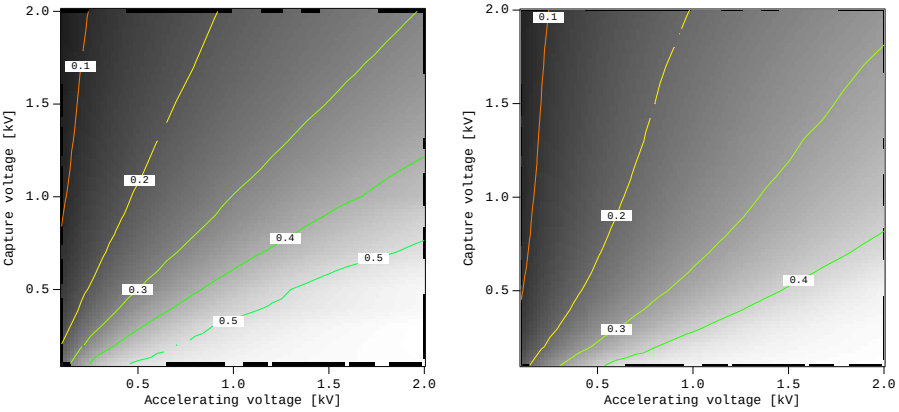


図 60: $R_{\mathbf{surv}}$ の分布 (正弦波位相回転捕獲、加速位相 40 度)
(左： $\frac{dp}{p} = 0.1[\%]$、右： $\frac{dp}{p} = 0.3[\%]$)

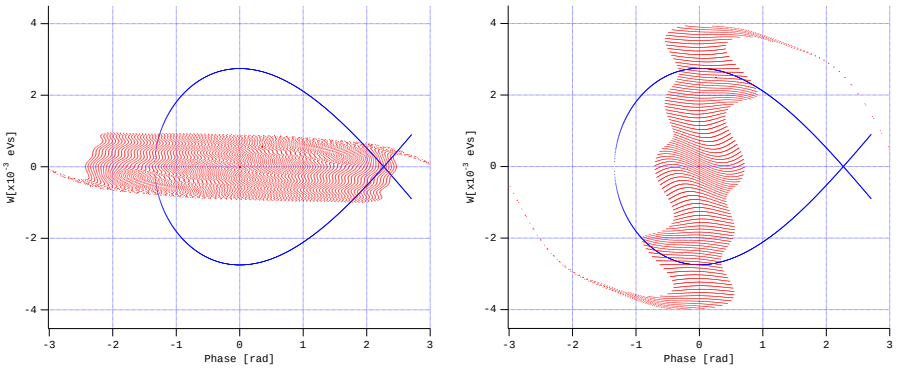


図 61: 鋸歯状波捕獲での捕獲電圧と位相回転後の運動量分布の関係
(左： 捕獲電圧 0.1[kV] , 右： 捕獲電圧 2.0[kV])

以上の分布図から、鋸歯状波を用いた場合と正弦波を用いた場合との違いは、同一加速電圧に対する $R_{\mathbf{surv}}$ 一定の領域の大きさ、すなわち捕獲電圧や捕獲時間に対する自由度の違いであると言う事が出来る。加速位相を大きくする場合であっても、$R_{\mathbf{surv}}$ の値が高く、一定領域の大きい運転条件に設定することで、精密な調整を行う事無く、加速位相の変化による損失を抑えることが出来る。

5.3 鋸歯状波の次数

鋸歯状波の線形性と斜面の位相幅は加える高調波の次数に比例する。実際出力することの出来る高調波の次数は高周波加速空洞の帯域幅に依存する。そこで鋸歯状波に加える次数の違いが $R_{\mathbf{surv}}$ にどのように関係するのかを図 (62) に記す。これらは八次までの高調波を加えた鋸歯状波を用いた場合の $R_{\mathbf{surv}}$ が、四次までの高調波を含む鋸歯状波での $R_{\mathbf{surv}}$ に対してどの程度大きいかを、初期運動量分布 0.3% と 0.5% の場合について計算したものである。一見して数%程度しか違いがないことが分かる。その数%の違いは鋸歯状波の斜面が伸びたことで、位相回転に遅れなくなった粒子の個数から生じているものと考えられる。しかしながら図 (10) で示したように四次の鋸歯状波でも十分な位相幅の斜面を持っていることから、加える高調波の次数をさらに増やした場合に $R_{\mathbf{surv}}$ が大幅に増えるとは考えにくい。むしろ四次の鋸歯状波で作られる斜面の位相幅分だけのビームを、チョッパーなどでパルス化し用いる方がリング内の汚染を低減する意味からも重要である。

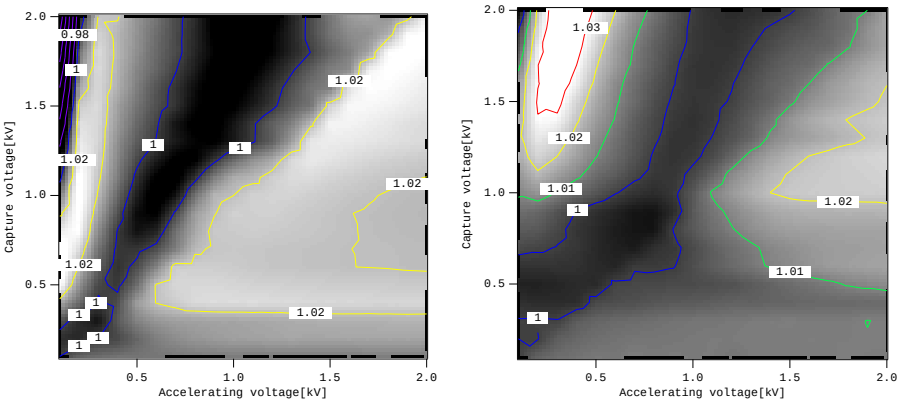


図 62: 加速位相 25 度における八次と四次の鋸歯状波による $R_{\mathbf{surv}}$ の違い
(左： $\frac{dp}{p} = 0.3[\%]$, 右： $\frac{dp}{p} = 0.5[\%]$)

6　結論

本研究の目的は FFAG 加速器に適した速く安定な捕獲方法の確立であり、その実現のためには捕獲電圧波形に鋸歯状波用いることが必要である。実験を行ったブースターの高周波加速空洞の帯域幅は広く、高次の高調波の振幅と位相を調整することで十分線形な鋸歯状波を出力することが出来た。ビーム実験では断熱捕獲法、鋸歯状波捕獲法そして正弦波位相回転捕獲法のそれぞれについて実験を行った結果、鋸歯状波捕獲法の場合に最も多くのビーム電流値を得ることが出来た。また鋸歯状波捕獲を行う場合の最適な捕獲時間と捕獲電圧についての系統的測定から、最適条件とシンクロトロン振動の 1/4 周期との関係を得た。これらの実験結果の解析により、鋸歯状波捕獲法について実験結果を満足する全般的な理解を得られたが、一方で断熱捕獲法におけるビーム電流値と捕獲時間の関係や、正弦波位相回転捕獲法における捕獲時間とビーム電流値の関係など、計算から明確な理解を得ることが出来なかったものもある。考察により鋸歯状波捕獲法を行う場合、捕獲電圧を調整することで加速バケツとのマッチングが可能となり、捕獲時間をシンクロトロン振動の 1/4 周期に合わせる事で加速移行時の損失を最も低くすることが可能であることが分かった。また鋸歯状波に加える高調波の次数を四次以上にしても大きな効果が期待出来ないことが分かった。以上より鋸歯状波捕獲法を確立出来たものと考える。

鋸歯状波捕獲法は速い加速という目的だけでなく安定したビーム供給を可能にするものであることが、本研究を通じて示すことが出来たものと考える。FFAG 加速器を用いた更なる応用に際し、鋸歯状波捕獲法が活用されることを期待する。

参考文献

[1] Y. Kuno Nuclear Physics B (Proc. Suppl) 149(2005) 376-378

[2] T. Yokoi et. al Proceedings of PAC01,2001,127-129

[3] H. Schonauer, MedAustron and CERN "FFAG for Hadron Therapy.pdf" /lpsc.in2p3.fr/RACCAM/

[4] K. R. Symon et. al Phys. Rev.103(1956)1837

[5] F. T. Cole Proc.Cycl.Conf,April 11,1994

[6] M. Yoshimoto et. al Proceedings of PAC01,2001,51-53

[7] Y. Yonemura et. al Nuclear Instrument and Methods in Physics Research A 576 (2007) 294-300

[8] J. Pasternak et. al Proceedings of PAC07,2007, TUPAN008

[9] E. Courant and H. Snyder. Ann. Phys. 3 (1958), p. 1

[10] トランジスタ技術 SPECIAL No.47 CQ 出版社

[11] NUMERICAL RECIPES in C 技術評論社

[12] Mario Conte, PHYSICS OF PARTICLE ACCELERATORS , World Scientific

A $R_{\mathbf{emit}}$ の計算方法

本論文で用いた $R_{\mathbf{emit}}$ とは以下の手順に従って計算したものである。初期状態として位相幅 π とある運動量分布 $\frac{dp}{p}$ で作られる四角形の中に格子点状に存在する粒子を考える。第二章で与えた運動方程式は時間に関するものであったが、ここでは次式 (30,31) のような漸化式を用いる。式中の添字の n は、加速空洞を n 回目に通過する粒子を表しており、他のパラメータは本文中と同じく $\omega_{\mathbf{rf}}$ は加速空洞に印加される高周波の角振動数で、h はハーモニック数、ϕ_s は同期粒子の位相、η はスリップファクター、U は粒子の全エネルギーを表す。

$$W_{\mathbf{n+1}} = W_{\mathbf{n}} + \frac{V_{\mathbf{rf}}}{\omega_{\mathbf{rf}}}(\sin(\phi_s + \varphi_{\mathbf{n}}) - \sin\phi_s) \tag{30}$$

$$\varphi_{\mathbf{n+1}} = \varphi_{\mathbf{n}} + \frac{2\pi h\eta}{\beta^2 U}(-\omega_{\mathbf{rf}} W_{\mathbf{n+1}}) \tag{31}$$

位相回転をさせ知りたい時間に対応する周回数で計算を止め、加速バケツ内部に存在する粒子の座標と個数を数える。本文中用いた $R_{\mathbf{surv}}$ はこの加速バケツ内部にある粒子の個数を初期条件で与えた粒子の個数で割ったものである。$R_{\mathbf{emit}}$ を求めるにあたり粒子一つが占める領域を考えなくてはならない。

そこでまず先の計算で得た加速バケツ内部の粒子の座標を位相空間の縦軸 W の値に対し昇降順に並べ替え、小数点以下二桁で四捨五入した。その後 W が一定の直線上に存在する点のうち、最も離れているものの位相差 $\Delta\phi$ を計算した。位相回転後の粒子群の密度は同期粒子に近い程高いので、昇降順に並べ変えたデータから次に大きい W が一定の直線までの差 ΔW を計算した。しかしながら粒子の密度が疎である領域では同様の方法では ΔW が余りにも大きくなってしまうことから、10^{-5}[eVs] を超える ΔW は全て 10^{-5}[eVs] に等しいものと仮定した。

このようにして得られた $\Delta\varphi$ を $W_{\mathbf{min}}$ から $W_{\mathbf{max}}$ まで足し合わせたものを、粒子が加速バケツ内に占める面積を $A_{\mathbf{beam}}$ とした。その例を図 (63) に示す。加速バケツが位相空間内に占める面積を $A_{\mathbf{bucket}}$ は、第二章で既述の式 (24) を用いて計算を行う。加速バケツの面積を計算するに当たりセパラトリクスと $W = 0$ との二つの交点の座標を詳細に知る必要がある。式 (25) の解を解析的に求めるために、" NUMERICAL RECIPES in C "内にある Brent のアルゴリズムと呼ばれるものを利用した。加速バケツの積分値を計算する際も同本中にある拡張台形則を用いた。([11])

式 (33) で得られる $R_{\mathbf{emit}}$ は本文で示した通り非常に離散的である。その理由として考えられる事は二つある。一つは加速バケツ内に存在する粒子の座標を昇降順に並べ替える際に、有効数字三桁以上を四捨五入している点である。初期条件で与える粒子の個数が有限であるため一つ一つの粒子にある程度大きな幅を持たせなければ、上記の方法で積分を計算することが出来ないために行っていることであるが、誤差は生じ易い。二つ目の原因として考え

られるものは、図 (64) のように位相回転に遅れた粒子のために正確に $\Delta\phi$ を計算出来ない場合である。実際に行った計算では捕獲時間を少しずつ変えながら $R_{\mathbf{emit}}$ を計算しているので、位相回転に遅れた粒子による間違った積分の兆候がはっきりと計算結果に現れることから、比較検証には後者のような状態になる前までのデータのみを用いている。

$$E_{\mathbf{beam}} = \sum_{W_{\mathbf{min}}}^{W_{\mathbf{max}}} \Delta\varphi_i \Delta W_i \tag{32}$$

$$R_{\mathbf{emit}} = \frac{A_{\mathbf{beam}}}{A_{\mathbf{bucket}}} \tag{33}$$

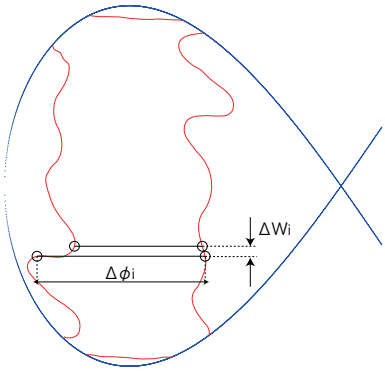


図 63: 積分方法の例

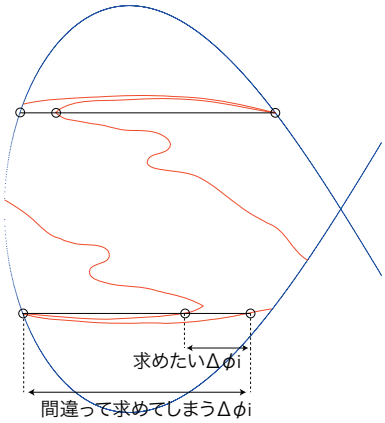


図 64: $\Delta\phi$ を間違う例

謝辞

本研究を行うにあたり、恵まれた環境と様々な機会そして貴重な経験を与えてくださいました森義治教授に深く感謝いたします。一年半程の短い期間ではありましたが、京都大学原子炉実験所で FFAG 加速器を立ち上げる創成期の作業に携わることで得た経験は、非常に内容の濃く、そして貴重なものとなりました。上杉先生、谷垣先生、福井大学岡部先生、技術職員の吉野さん、竹下さん、阿部さんなど FFAG 加速器運転グループを構成していた皆様から教わりました知識や技術は、加速器に関する事だけでなく非常に多岐に渡り、汎用性のあるものばかりで、幅広い視野から物事を見る訓練をすることが出来ましたことを感謝いたします。

三菱電機石さんには、加速器、会社での仕事やその他興味深い事柄など非常に多くのことを教えていただきましたことを感謝いたします。そして様々なデータを下さり、また度重なる質問に対しても快く対応して下さいました三菱電機来島さん、永山さんに感謝いたします。

欧州原子核研究機構の相場政光博士には、本研究の元となるアイデアや数多くの提案をいただいただけでなく、研究当初から本論文の修正に至るまで多大なる御助力下さいましたことに感謝いたします。博士課程長内さんからは、モノの考え方について多くのことを教えていただいたことに、そして Thomas Planche さんには修士論文の内容や計算結果についての議論に多くの時間を費やしてくれた事に感謝します。京都大学原子炉実験所の小野さん、瀧さん、三倉さんには生活面での様々な御配慮に感謝いたします。

最後に充実した学生生活と研究を行うことが出来た事を本研究に関わって下さいました皆様に感謝するとともに、温かく支えてくれた妻に感謝します。